

虹とコースティック（焦線）

1 虹

太陽が低い位置にあって、その方向は晴れているのに反対方向では雨が降っている場合に虹が見られる。晴れた日に太陽を背にしてジョウロなどで水まきをしても見るができる。よく見ると明るい主虹の外側に暗い副虹がある。虹はたくさんの水滴による太陽光の反射である。水滴の内部で1度反射をした光が主虹になり、2度反射をした光が副虹になる。主虹は外側は赤く内側は紫である。ここでは主虹について詳しく計算を試みる。

虹は観測者から見て太陽とちょうど逆の方向(対日点)を中心とする円の一部として観察される。一部しか見えないのは、雨が降っているところだけで太陽光が反射されるからである。また円周上にだけ見えるのは、どこにある水滴にも同じ方向に太陽光線が当り、特定の反射角度での反射以外は弱いからである。水滴はほぼ完全な球形であるので、入射光線のまわりに特定の角度だけ広がった円錐面上に強い反射光が生じる。空間に分布したたくさんの水滴が同様に反射光を生じる。観測者に到達する反射光は、太陽と観測者を結ぶ直線の延長線から特定の角度だけ広がった円錐面上にある水滴からのものに限られる。

虹に色が付いて見えるのは、光の波長によって強く反射される角度が異なるからである。波長によって角度が異なるのは、反射のときに屈折が同時に起っているからである。光の波長によって水の中での屈折率が異なり、それによって屈折の角度が異なる。主虹の対日点方向からの広がり角度は約42度、虹自体の幅はだいたい2度である。

2 雨粒による光の反射

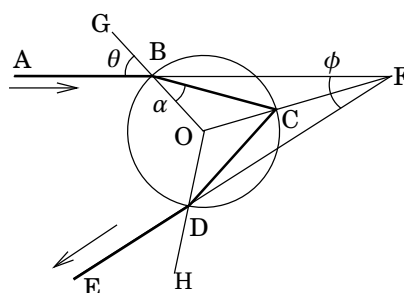


図1 雨粒による光の反射

図1は光線ABがB点で水滴に入射してC点で反射しD点からEの方向に出ていく様子を示している。水滴は光の波長に比べて十分大きいとする。したがって幾何光学で扱う。B点とC点とD点での空気と水

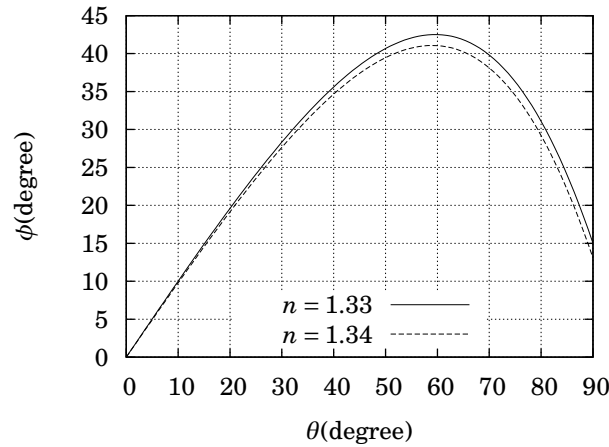


図2 出射角 ϕ は約 41 度から 42.5 度の極大値を持つ

の境界面の法線はそれぞれ半径 OB 、 OC 、 OD の向きであり、これらが屈折や反射の角度の基準になる。入射角 $\theta = \angle ABG$ はゼロから $\pi/2$ の間の任意の値をとる。入射光線 AB と出射光線 DE の間の角 $\phi = \angle BFD$ が雨粒による反射角であり、入射角の関数である。屈折角を $\alpha = \angle OBC$ であらわす。C 点での反射では $\angle OCB = \angle OCD = \alpha$ 、 $\angle ODC = \angle OCD = \alpha$ なので、 $\angle EDH = \theta$ 。したがって図より、 $\phi = 4\alpha - 2\theta$ 。雨水の空気に対する相対屈折率を n として Snell の法則を使うと、

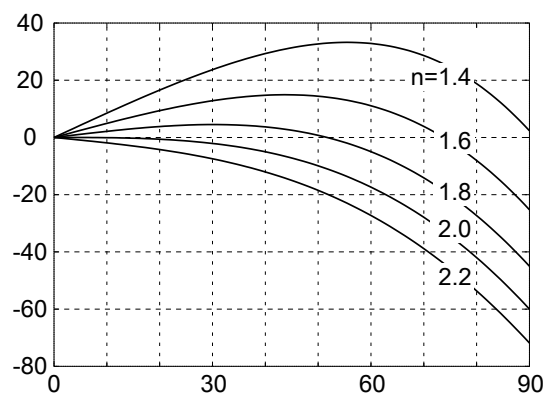
$$\phi = 4 \arcsin\left(\frac{\sin \theta}{n}\right) - 2\theta \quad (1)$$

3 コースティック

図 2 は式 (1) を赤い光に対する相対屈折率 1.33 と紫の光に対する相対屈折率 1.34 の場合にプロットしたものである。入射角 60 度のあたりに反射角は 42 度前後の極大値を持っている。この近くでは入射角が変化しても反射角はほぼ変化しない。このような点を停留点という。反射光はこの角度に集中してあらわれるが、それをコースティックという。虹はたくさんの雨粒によるコースティックのあつまりである。

なお、グラフによれば極大値以下の角度の反射光も生じるので、虹の下の部分(円周の内側)は上の部分よりも明るく見える。虹のコースティックはこの明るい領域の境界線に光が集中して現れるものである。線状に現れるので、日本語では「焦線」という。

屈折率をもっと大きくすると、出射角の停留点はゼロに近づく。 $n = 2$ の場合は停留点はゼロであり、入射方向に対してちょうど逆向きに強い反射が起きる。来た向きに反射することから、これは一種の cat's eye である。また、この場合のコースティックは点状に縮退しているので、焦点にもなっている。



曲面による反射や屈折によってコースティックが生じるのは一般的な現象である．たとえば，円筒形の容器の内壁で太陽光が反射すると容器の底に (w や ω のような) 独特の形の明るい曲線が現れる．「ギリシタン魔鏡」や「卑弥呼の鏡」のような一部の古い青銅鏡によって色々な紋様がコースティックとして生じることも知られている．