Non-equilibrium model inspired from Black Hole

梅津光一郎

(日本大学理工学部)

2016年10月15日
@日大理工・益川塾連携素粒子物理学シンポジウム

熱力学とブラックホール物理の類似性

J.M.Bardeen, B.Carter&S.W.Hawking (1973)

法則	熱力学	ブラックホール物理
第0法則	平衡状態における物体の温度Tは一定	定常的BHのホライズン上の表面重力 κ は一定
第1法則	$dU = T dS + \cdots.$	$dM = \frac{\kappa}{8\pi} dA + \cdots.$
第2法則	任意の操作において $\delta S \geq 0.$	任意の操作において $\delta A \geq 0.$
第3法則	操作によって $T = 0$ への到達は不可能.	操作によって $\kappa = 0$ への到達は不可能.

$$T \propto \kappa, \qquad S \propto A,$$

Hawking放射

S.W. Hawking (1975)

- 場の量子論の考察を基礎に放射のメカニズムを考案.
  - Bogoliubov変換を用いて粒子数の期待値を計算.
  - ブラックホールが黒体のように振る舞うことを示した.

Hawkingの結果: $$\boxed{\langle n \rangle_{\text{boson}} = \frac{1}{e^{\frac{2\pi}{\kappa}\omega} - 1}}$$

黒体放射: $$\boxed{\frac{1}{e^{\frac{\omega}{T}} - 1}}$$

Hawking 温度: $$T_{\text{BH}} = \frac{\kappa}{2\pi} = \frac{1}{8\pi M}$$

ブラックホール熱力学の寄与1

- 熱力学第一法則からブラックホールエントロピーを決定.

$$dU_{\rm BH} = T_{\rm BH} dS_{\rm BH} \quad \Longrightarrow \quad S_{\rm BH} = \frac{A}{4}.$$

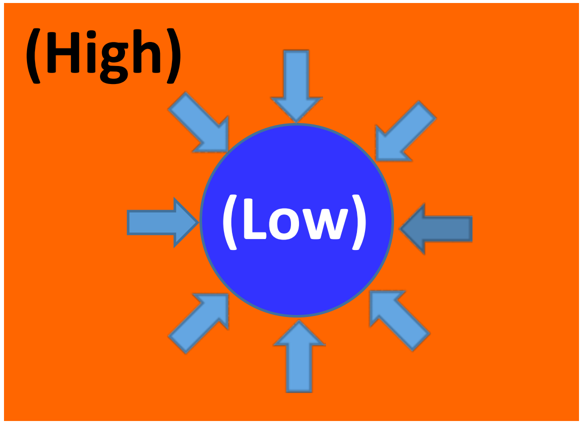
$$S_{\rm BH} \sim 10^{77} \ [\mathrm{J/K}]$$
$$S_{\rm SUN} \sim 10^{57} \ [\mathrm{J/K}]$$

- 現存する殆どのブラックホールが物質吸収優勢であることを説明.

$$T_{\rm BH} = \frac{\hbar c^3}{8\pi G k_{\rm B} M} \xrightarrow{M = 10 M_\odot} T_{\rm BH} = 6.14 \times 10^{-9} [\mathrm{K}].$$

宇宙マイクロ波背景放射(CMB): $2.725 \ [\mathrm{K}]$

熱吸収が優勢



ブラックホール熱力学の寄与2

• ブラックホールの熱力学的性質：熱容量（比熱）が負.

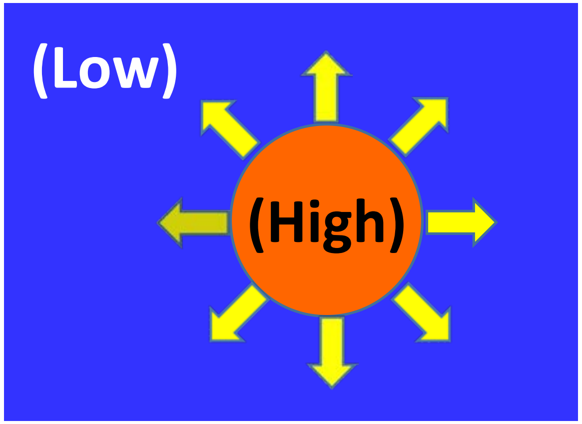
$$C(U) \equiv \lim_{d'Q \to 0} \frac{d'Q}{T(U+d'Q) - T(U)} \xrightarrow{d'Q = dU} C_{\rm BH} = \frac{1}{\left(\frac{\partial T_{\rm BH}}{\partial U_{\rm BH}}\right)} = -8\pi M^2 < 0.$$

• Hawkingの予言：ブラックホール蒸発　　S.W. Hawking (1974)

周囲に比べて温度の高いブラックホールは放射により，質量を減少させ，ますます温度が高くなり，そのうち蒸発する.

新たな問題：
- 裸の特異点.
- 情報損失.

量子重力理論による解決を期待.



ブラックホールの蒸発時間

- Stefan-Boltzmannの法則:

　黒体表面から単位時間当たりに放出される電磁波のエネルギー

$$P = A_{\rm BH}\epsilon\sigma T^4 = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2} = \frac{K_{\rm ev}}{M^2}.$$

- 蒸発までの時間:

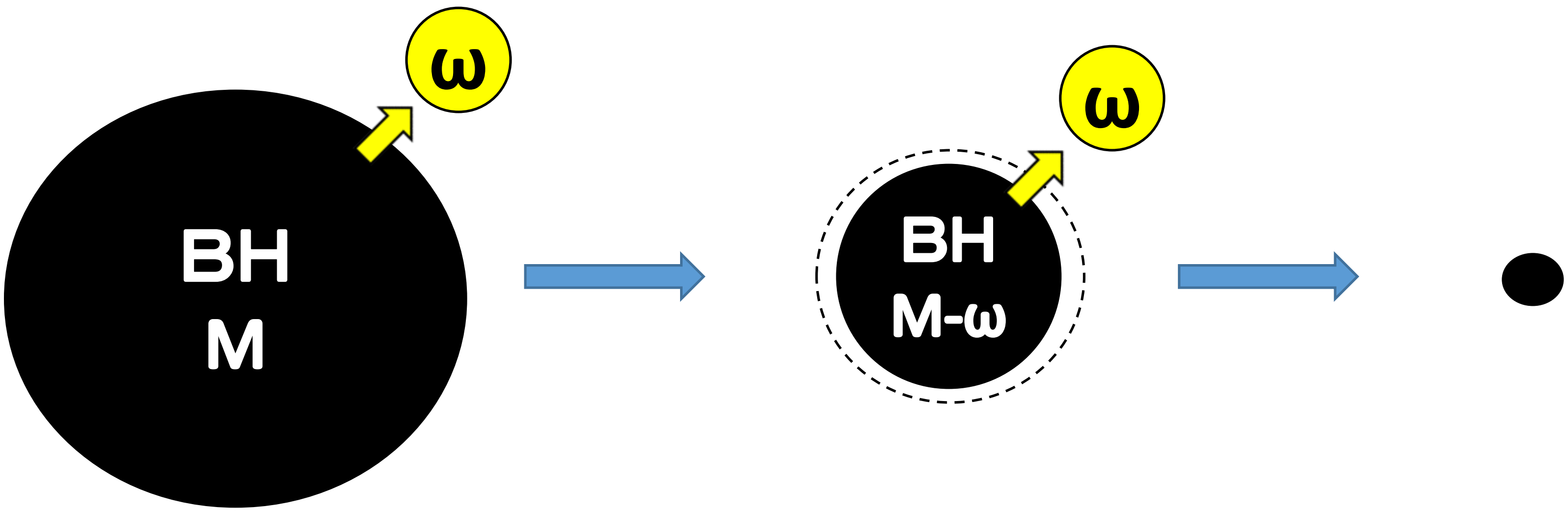
　ブラックホール質量エネルギーの減少＝放射エネルギー

$$-\frac{d}{dt}(Mc^2) = \frac{K_{\rm ev}}{M^2}. \quad \Longrightarrow \quad \int_M^0 M'^2 dM' = -\frac{K_{\rm ev}}{c^2}\int_0^{t_{\rm ev}} dt.$$

$$t_{\rm ev} = \frac{5120\pi G^2 M^3}{\hbar c^4}.$$

宇宙初期に作られた 1.73×10^{11} [kg] の質量を持つミニブラックホールは今頃に蒸発する.

ブラックホールの蒸発過程



Macro scale

Hawking放射の議論.
マクロパラメータ不変.

粒子放出に伴う背
景時空への影響が
無視できない領域.

Planck scale

量子重力理論が
支配する領域.

ブラックホール熱力学再考

BH熱力学を信じれば，BHの性質についての理解はもちろん，
興味深い物理現象を提供してくれる.

- ブラックホールエントロピー

  量子重力理論が出来れば，エントロピーの起源が明確になる.

  （エントロピー）=log（同じ巨視的状態を取る微視的状態の数）.

- ブラックホールの蒸発

  平衡系の熱力学の理論を拡張する必要がある.
  （限定的な状況下における非平衡系物理の１つのモデルになる.）

ブラックホールの蒸発

- Stefan-Boltzmannの法則はBHの蒸発過程で使用可能か？

$$P = A_{\mathrm{BH}} \epsilon \sigma T^4 .$$

通常，黒体（空洞）輻射の実験では熱浴に付けておく（T=一定）．

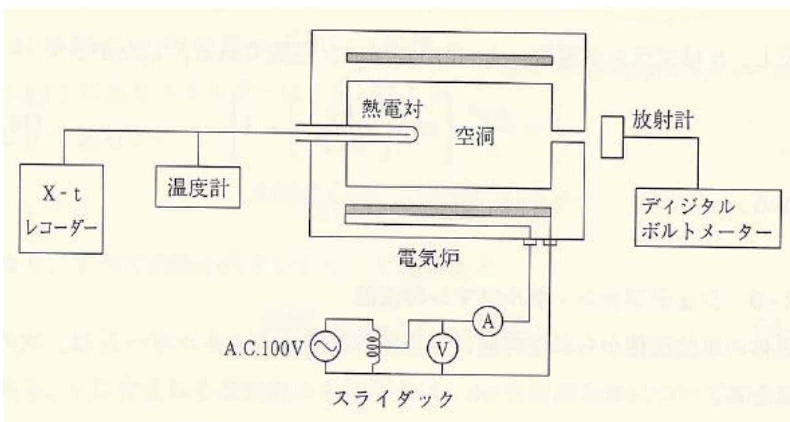


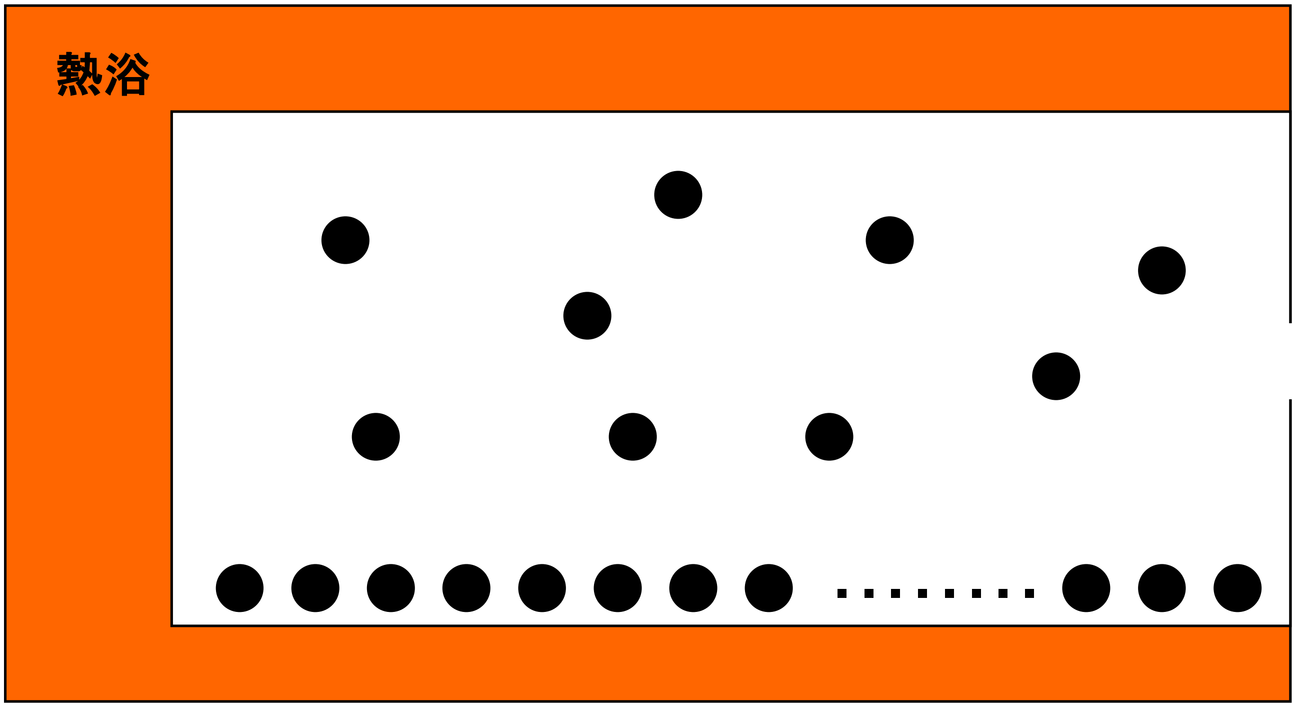
図 4　空洞放射実験装置

物理学実験（裳華房）

温度が（急激に）変化する場合に，この式が有効であるかは正直なところ不明．

空洞放射の実験

- 空洞放射の実験



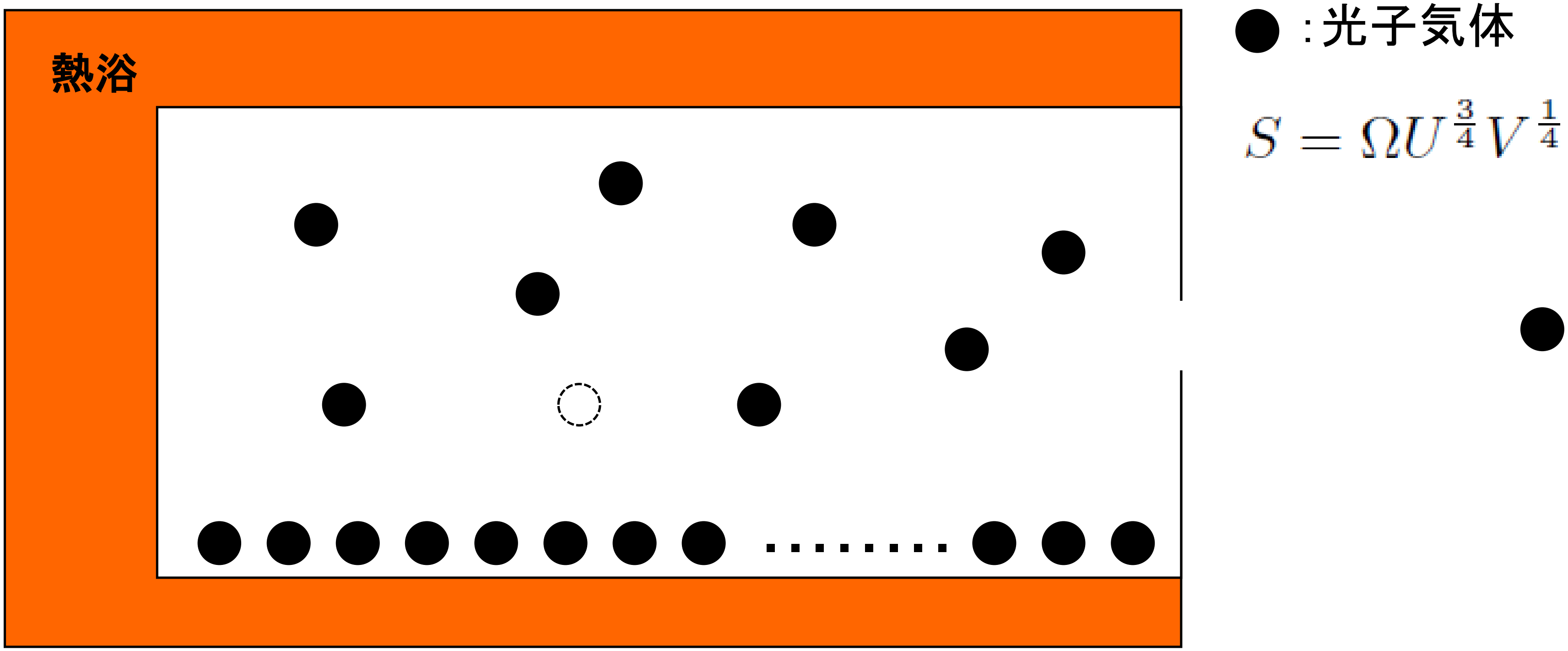
● :光子気体

$$S = \Omega U^{\frac{3}{4}} V^{\frac{1}{4}}.$$

- 熱浴によって温度は一定に保たれている.
- 基底状態(ω=0)の光子気体は物理量に何の影響も及ぼさない.
  （無限に存在することが可能）.

空洞放射の実験

- 空洞放射の実験



● :光子気体

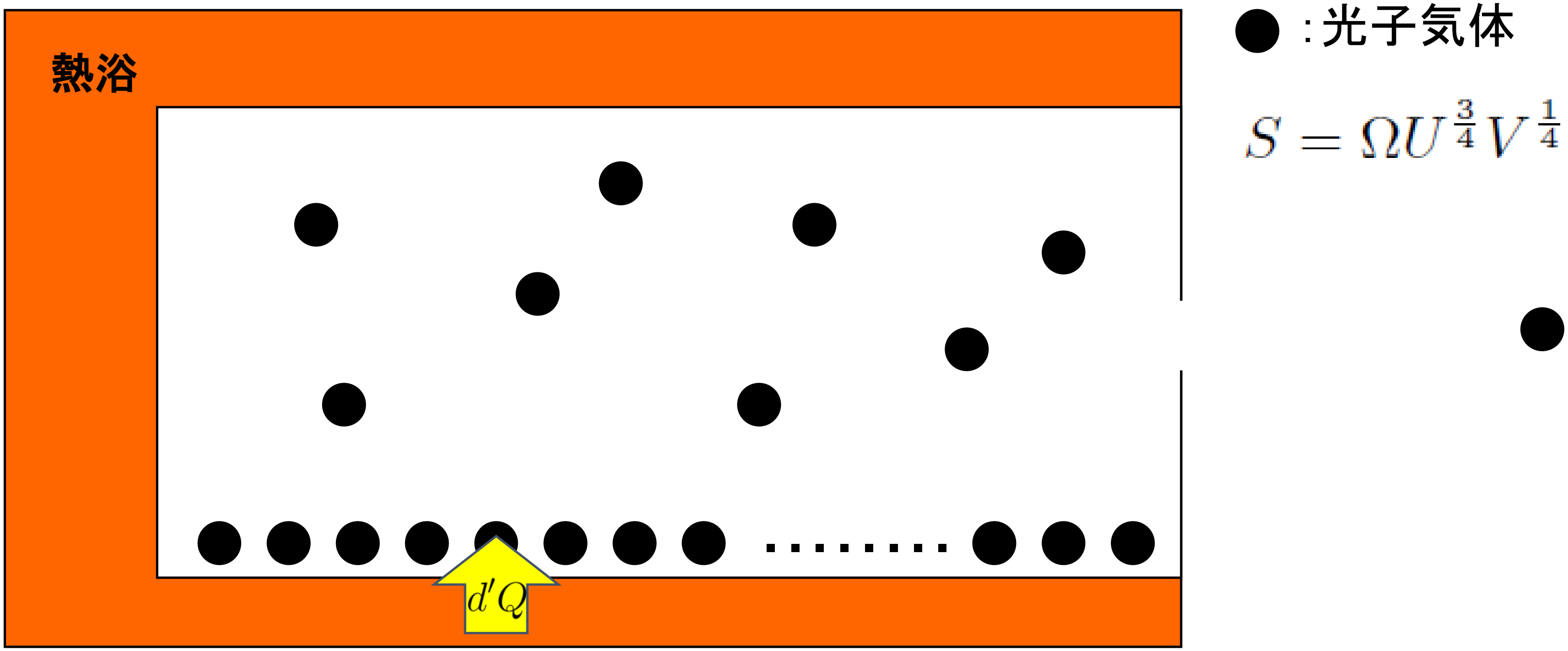
$$S = \Omega U^{\frac{3}{4}} V^{\frac{1}{4}}.$$

- 粒子放出に伴い内部エネルギーが減少. ⇒ 温度が低くなる.

$$T^4 = \frac{c}{4\sigma}\frac{U}{V}$$

空洞放射の実験

- 空洞放射の実験



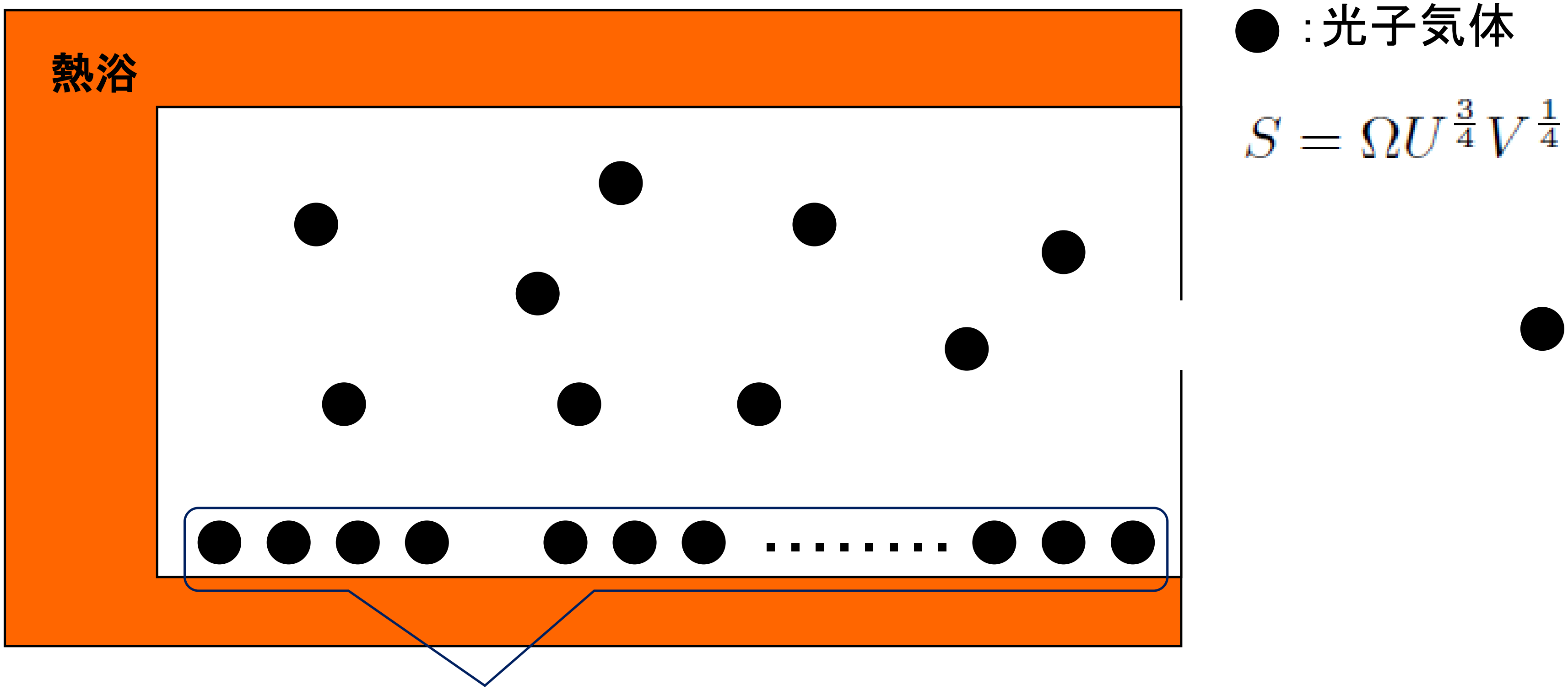
$$S = \Omega U^{\frac{3}{4}} V^{\frac{1}{4}}.$$

- 温度差に伴い熱浴から失った内部エネルギーと等量の熱が供給される(温度不変).
- (例えば)供給された熱が基底状態の光子を励起する.

$$dU = d'Q + \underbrace{d'W}_{0}$$

空洞放射の実験

- 空洞放射の実験



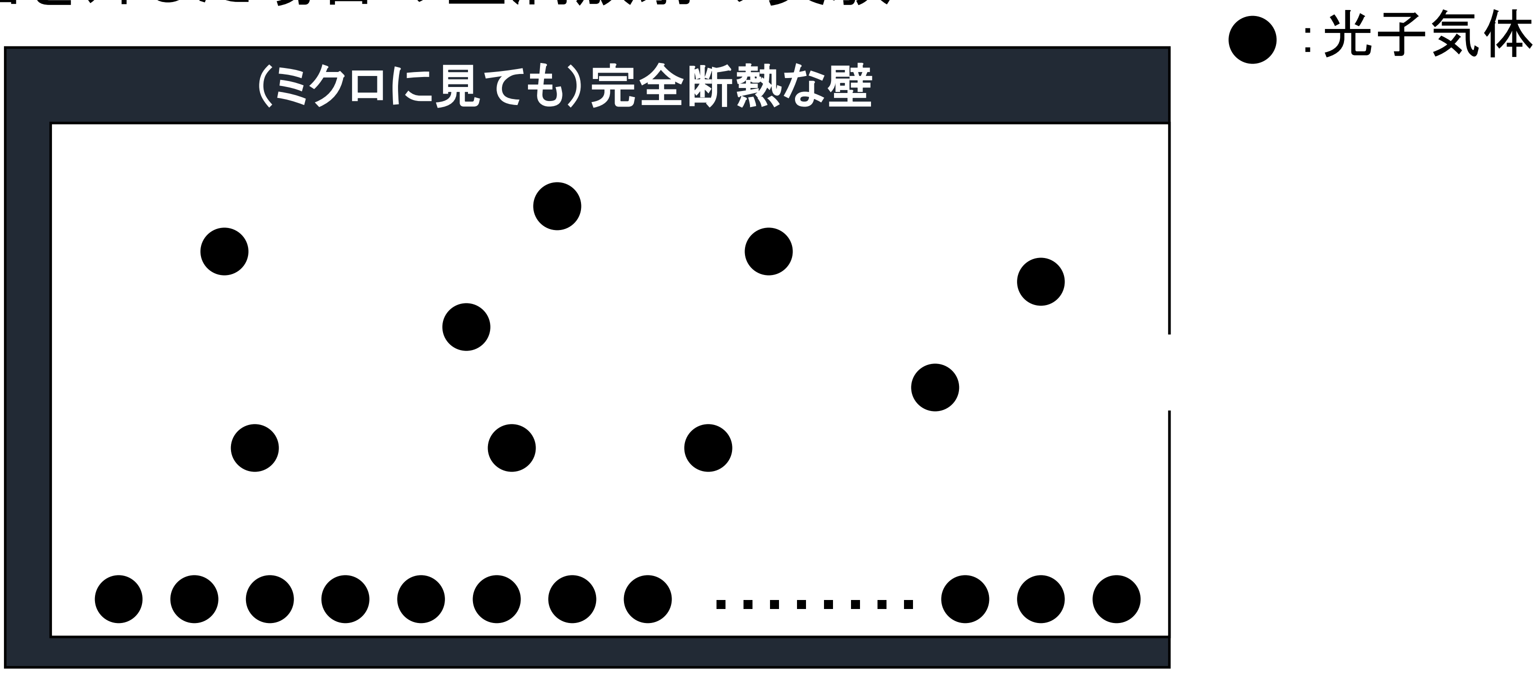
● : 光子気体

$$S = \Omega U^{\frac{3}{4}} V^{\frac{1}{4}}.$$

粒子数が減少したように思えるが，基底状態の光子は無限に存在することが可能なので，熱浴を設置している限り，上記のことを繰り返し，連続的に放射し続けることが可能.
基本関係式が粒子数に依存しないことも納得できる.

今後解明して行きたい物理現象

- 熱浴を外した場合の空洞放射の実験



励起している光子の放出に伴い内部エネルギーが減少.

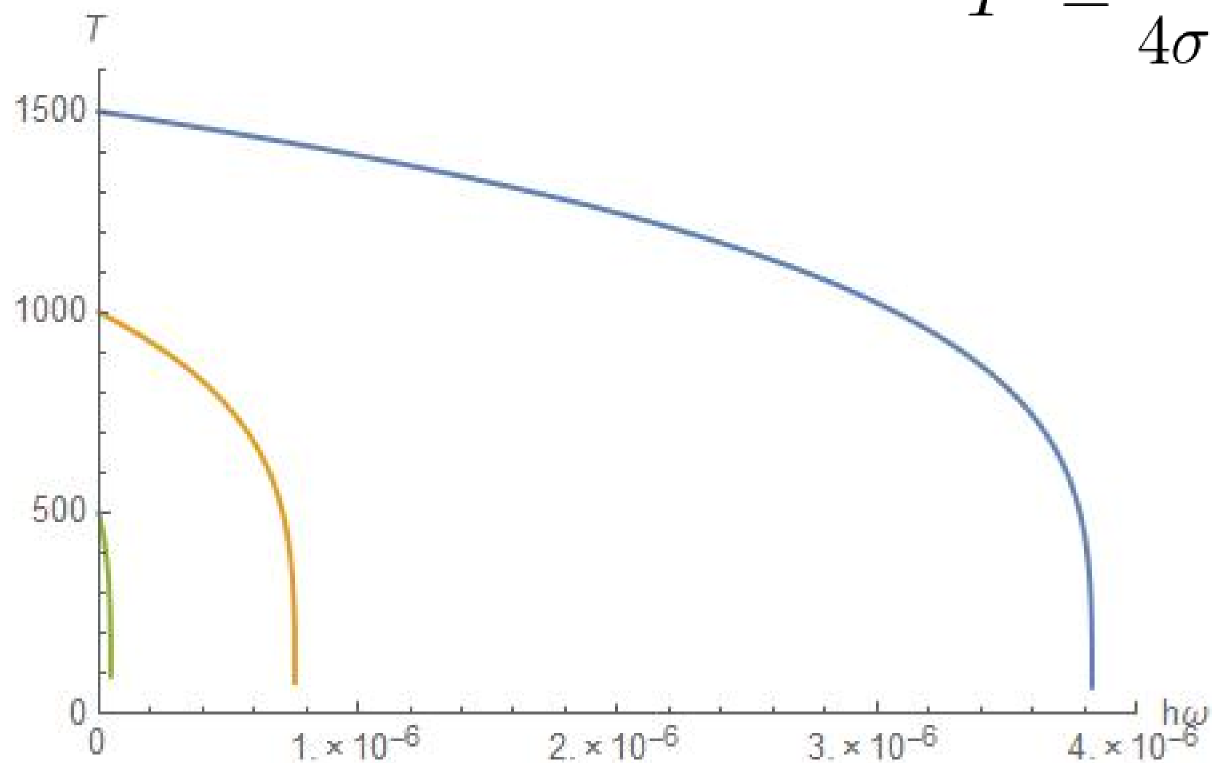
$$T^4 = \frac{c}{4\sigma}\frac{U - \sum \hbar\omega_i}{V} \quad ??$$

黒体における温度の ω 依存性

$$T^4 = \frac{c}{4\sigma}\frac{U - \sum \hbar\omega_i}{V}$$

V=1cm^3

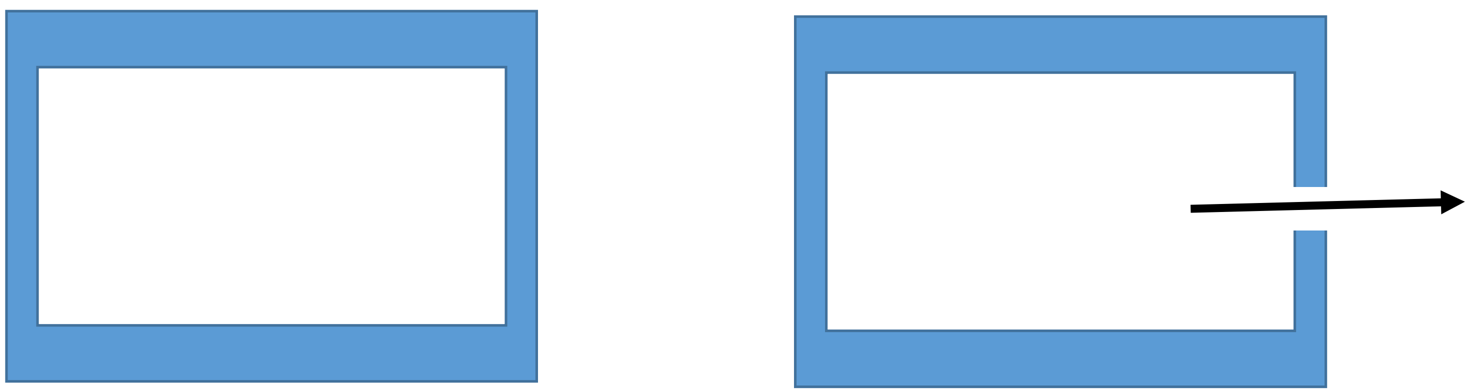
黒体の温度



放出された光子エネルギーの総量

現実的な実験装置（案）

黒体放射（空洞放射）においてミクロに見て完全な断熱壁は非現実的なので，２つの空洞放射装置を用意する。



穴のない場合とある場合の温度変化の差を測ればよい.

この変化は微小だが，バックグラウンド次第では有意な結果が与えられる可能性がある.

今後解明して行きたい物理現象

- この現象を記述する光子気体の基本関係式はどのように表されるか？

$$S = S(U, V, N, \omega).$$

S:エントロピー, U:内部エネルギー, V:空洞の体積,
N:励起された粒子の数, ω:1つの光子のエネルギー.

⇒ マクロパラメーターがミクロパラメーター(ω)によって記述される？

- 熱力学第一法則(エネルギー保存則)はどうなるか？

通常の光子気体: $dU = TdS - PdV.$ 化学ポテンシャル: $\mu = 0.$

上記の光子気体: dU $\begin{cases} = TdS - PdV + \mu dN + ? \\ = TdS - PdV - \omega_i dN_i + ? \end{cases}$

ブラックホールからの示唆

- ボルツマン分布（補正項を含む） of Schwarzschild BH：

Palik & Wilczek, PRL (1999)

$$\Gamma = e^{-\beta\omega + 4\pi\omega^2}$$

- 方法1：補正項を化学ポテンシャルとしての理解

化学ポテンシャル μ ：
ある系に持ち込んだ粒子１個（1mol）あたりに増加するエネルギー
（から取り去った）　　　　　　（減少する）

- $\Gamma = e^{-\beta(\omega - \frac{4\pi\omega^2}{\beta})}$
- $\Gamma = e^{-\beta(\omega-\mu)}$

比較すると →

$$\mu_{\rm eff} = \frac{4\pi\omega^2}{\beta}$$

温度が変化しないのは物理的におかしい？

CMBの議論でよく用いられるボルツマン分布 with 化学ポテンシャル

ブラックホールからの示唆

- ボルツマン分布（補正項を含む） of Schwarzschild BH：

Palik & Wilczek, PRL (1999)

$$\Gamma = e^{-\beta\omega + 4\pi\omega^2}$$

- 方法２：補正項を温度のミクロパラメータによる補正として理解

- $\Gamma = e^{-(\beta - 4\pi\omega)\omega}$
- $\Gamma = e^{-\beta\omega}$

素朴なボルツマン分布

比較すると

$$\beta_{\text{eff}} = \beta - 4\pi\omega$$

温度にω依存性が現れる.

Q：エントロピーはどうなる？　熱力学第一法則はどう修正される？

まとめと今後の課題

● BH熱力学は熱力学の法則と同様の対応関係を持つ.

● 平衡系の熱力学に限った場合でも熱力学とBH熱力学は明確な違いもある.

● 熱力学とBH熱力学の相違点を明確にする.

● BH熱力学を信じるならば，対応関係をもたらす背後の物理（理論）は？

●相対論の発展を熱力学に還元し，熱力学の立場から再考

例:　温度やエントロピーの定義，プランクの輻射理論