代数学・幾何学Ｂ 2003 レポート１・４章

担当：八杉；　配点：１０点

提出日・方法：１２月１７日までの各水曜日、講義の後に手渡しのこと。採点は１７日以後に行う。病気等事情が生じた場合には事後でよいので理由書（署名・捺印のこと）を添えてレポート提出すること。

表紙（普通のレポート用紙でよい）をつけて学籍番号・氏名を明記すること。用紙は必ず綴じること。

問題の順番通りに記入すること。

問題１　$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ を $\mathbf{R}^2$ の二つのベクトル、f は

$$f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 + 2x_2 \end{pmatrix}, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

となる２次元の写像であるとする。（以下で、計算は Mathematica 等を援用してよい。）

(1)　$\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ が $\mathbf{R}^2$ の基底であること（互いに１次独立であること）を示せ。

(2)　これらのベクトルは互いに直交しないことを示せ。

(3)　$f(\mathbf{x})$ が線形写像（変換）であることを示せ。

(4)　f の基底 $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ に関する表現行列 B を求めよ。

(5)　配布したプリントを参考に、平面に好きな図を描き（プリントと同じでもよい）、その図の f による像を描画せよ（Mathematica を使用）。

問題２　３次元直交行列の例を一つ作り、実際に直交行列であること（すなわち、$A^{-1} =^t A$ となること）を示せ。（計算は計算機援用でよい。）

注：　Mathematica で ${}^tA$ は Transpose[A]、A^{-1} は Inverse[A] によって計算できる。