

内を埋めるか、正しいほうを○で囲んでください。

1  $U$  は集合、 $A, B, C$  をそれぞれ  $U$  の部分集合とする。 $X^c$  は集合  $X$  の  $U$  に関する補集合を表す。このとき

$$(A - B) \cap C = (A \cap C) \cap B;$$

$$(A^c \cap B)^c \cap A^c = A^c \cap B^c$$

2 (1)  $\mathbf{N}$  は正整数の集合、 $\mathbf{R}$  は実数の集合とする。 $a_n = n + \frac{1}{2^n}$  とおくと、数列  $\{a_n\}$  は写像を表すと考えられる。この写像を  $f$  と書くと、 $f$  が全域的であるためには  $f$  の定義域は  $\mathbf{N}$  である。またこのとき、 $f$  は全射で  あり;  ない; 単射で  あり;  ない。  $f$  のグラフは  $G_f = \{(n, y) : n \in \mathbf{N}, y = a_n\}$  と表すことができる。したがって、 $G_f$  は直積集合  $\mathbf{N} \times \mathbf{R}$  の部分集合である。

(2) 実数上の関数  $h(x) = x^2 - x + \frac{1}{4}$  について、 $h$  を単射にするためには定義域を  $I = \{x | x \geq \frac{1}{2}\}$  とすればよい。このとき  $h$  の逆関数  $g$  は  $g(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2}$  である。

(3)  $S$  はある高校のサッカー部の卒業生全体の集合とし、 $R$  は集合  $S$  上の2項関係で、 $R(a, b)$  は、「 $a$  は  $b$  の先輩である」という関係を表すとする。(自分は自身の先輩ではない!) このとき  $R(a, b)$  は  同値関係;  整礎関係 であり、 推移律;  反射律 を満たす。

3 アキ「私が風邪ひいているならば、私は風邪をひいていないの」  
ノゾミ「それって、アキが風邪ひいているってこと？」  
カズホ「アキはそんなこと言ってないわよ」

正しいのは、ノゾミでしょうか、カズホでしょうか？

解答: 「アキが風邪をひいている」を  $P$  とおくと、アキの発言は論理式で

$P \Rightarrow \neg P$  と表される。また、ノゾミの発言は論理式で

$(P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P$  と表される。

ノゾミの発言の論理式の和積標準形は

$P \vee P \vee P$  となり、

これは  $P$  と真理値がつねに  等しい;  等しくない。したがってノゾミの発言の論理式は恒真で  あり;  ない。

ゆえに正しいのは  ノゾミ;  カズホ である。