p.397. **問 1.1**

誤 任意の $\epsilon > 0$ に対して，$I_1 = \left(x - \frac{\epsilon}{4}, x + \frac{\epsilon}{4}\right)$，$I_n = [0, 0]$, $n = 2, 3, \cdots$ とおけば

$$\{x\} \subset \cup_{n=1}^{\infty} I_n, \ \sum_{n=1}^{\infty} l(I_n) = \frac{\epsilon}{2} < \epsilon.$$

任意の $\epsilon > 0$ に対して，$I_n = \left(x_n - \frac{\epsilon}{2\times 2^{n+1}}, x_n + \frac{\epsilon}{2\times 2^{n+1}}\right)$, $n \in \mathbb{N}$, とおけば

$$E \subset \cup_{n=1}^{\infty} I_n, \ \sum_{n=1}^{\infty} l(I_n) = \frac{\epsilon}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n} = \frac{\epsilon}{2} < \epsilon.$$

正

① l の定義より，$\sum_{n=1}^{k} l(I_n) \le l(I)$, $k \in \mathbb{N}$ であるから，$\sum_{n=1}^{\infty} l(I_n) \le l(I)$ を得る．よって，$\sum_{n=1}^{\infty} l(I_n) \ge l(I)$ を示せば良い．はじめに，I が有界である場合を示す．任意の $\epsilon > 0$ に対して，$J := \left[a + \frac{\epsilon}{2}, b\right]$, $J_n := \left(a_n, b_n + \frac{\epsilon}{2^{n+1}}\right)$, $n \in \mathbb{N}$ とすると，J は有界な閉集合，J_n, $n \in \mathbb{N}$ は開集合，$J \subset I = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \subset \sum_{n=1}^{\infty} J_n$ であるから，Heine-Borel の被覆定理 (定理 A.5) より，$\{J_{n_j}; j = 1, \cdots, m\} \subset \{J_n; n \in \mathbb{N}\}$, $m \in \mathbb{N}$ によって，$J \subset \sum_{j=1}^{m} J_{n_j}$ とできる．よって，

$$l(I) - \frac{\epsilon}{2} = l(J) \le \sum_{j=1}^{m} l(J_{n_j}) \le \sum_{n=1}^{\infty} l(J_n) = \sum_{n=1}^{\infty} l(I_n) + \frac{\epsilon}{2}.$$

ここで，$\epsilon > 0$ は任意であったから，$\sum_{n=1}^{\infty} l(I_n) \ge l(I)$. I が有界でない場合は，$l(I) = \infty$ であるが，このとき，任意の有限左半開区間 $I' \subset I$ に対して，$I' = \cup_{n=1}^{\infty}(I' \cap I_n)$ であるから，

$$l(I') \le \sum_{n=1}^{\infty} l(I' \cap I_n) \le \sum_{n=1}^{\infty} l(I_n).$$

ここで，$l(I') \to \infty$ とすれば，$\sum_{n=1}^{\infty} l(I_n) \to \infty$.

② 任意の $\epsilon > 0$ に対して，$I_1 = \left(x - \frac{\epsilon}{4}, x + \frac{\epsilon}{4}\right)$，$I_n = [0, 0]$, $n = 2, 3, \cdots$ とおけば

$$\{x\} \subseteq \cup_{n=1}^{\infty} I_n, \ \sum_{n=1}^{\infty} l(I_n) = \frac{\epsilon}{2} < \epsilon.$$

任意の $\epsilon > 0$ に対して，$I_n = \left(x_n - \frac{\epsilon}{2\times 2^{n+1}}, x_n + \frac{\epsilon}{2\times 2^{n+1}}\right)$, $n \in \mathbb{N}$, とおけば

$$E \subseteq \cup_{n=1}^{\infty} I_n, \ \sum_{n=1}^{\infty} l(I_n) = \frac{\epsilon}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n} = \frac{\epsilon}{2} < \epsilon.$$

p.408. **問 3.5** l.1.

誤 ii) E, $F \in \mathcal{A} \Longrightarrow F \cap F \in \mathcal{A}$.

正　ii) $E,\, F \in \mathcal{A} \Longrightarrow E \cap F \in \mathcal{A}$.

p.409. **問 4.2** の直前に次を挿入.

問 4.2

① ②

p.409–412. **問 4.2**, $\cdots$ **問 4.10**.

誤　**問 4.2**, $\cdots$ **問 4.10**

正　**問 4.3**, $\cdots$ **問 4.11**

p.413–414. **問 5.4** ⑤ l.1-l.3.

誤

$$\begin{aligned} E \in \sigma(\mathcal{F}_{\tau_1}, \mathcal{F}_{\tau_2}) &\Longrightarrow & E \cap \{\tau_1 \le t\} \cap \{\tau_2 \le t\} \in \mathcal{F}_t \\ &= & E \cap \{\tau_1 \vee \tau_2 \le t\} \in \mathcal{F}_t \\ &\therefore & E \in \mathcal{F}_{\tau_1 \vee \tau_2}. \end{aligned}$$

正

$$\begin{aligned} E \in \mathcal{F}_{\tau_1} \cup \mathcal{F}_{\tau_2} &\Longrightarrow & E \cap \{\tau_1 \le t\} \cap \{\tau_2 \le t\} \in \mathcal{F}_t \\ &= & E \cap \{\tau_1 \vee \tau_2 \le t\} \in \mathcal{F}_t \\ &\therefore & E \in \mathcal{F}_{\tau_1 \vee \tau_2} \\ &\therefore & \mathcal{F}_{\tau_1} \cup \mathcal{F}_{\tau_2} \subseteq \mathcal{F}_{\tau_1 \vee \tau_2} \\ &\therefore & \sigma(\mathcal{F}_{\tau_1}, \mathcal{F}_{\tau_2}) \subseteq \mathcal{F}_{\tau_1 \vee \tau_2} \end{aligned}$$

p.415. 下 l.4.

誤

$$\forall \epsilon > 0,\ \exists m_2 \in \mathbb{N};\ m \ge m_2 \ \Rightarrow\ \mathbb{E}[|X_n| 1_{|X_n|>m}] < \epsilon.$$

正

$$\forall \epsilon > 0,\ \exists m_2 \in \mathbb{N};\ m \ge m_2 \ \Rightarrow\ \mathbb{E}[|X_n| 1_{\{|X_n|>m\}}] < \epsilon.$$

p.420. **問 9.4** l.3-l.6.

誤

$$M^{(\theta)}(t) = 1 + \int_0^t \imath\theta M^{(\theta)}(t) \mathrm{d}B(t).$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \left\| \imath\theta M^{(\theta)} \right\|_B^T &= \left(\mathbb{E}\left[\left(M^{(\theta)}(T) \right)^2 \right] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\because \text{伊藤の等長性}) \\ &= \left(\mathbb{E}\left[\exp\left(2\imath\theta B(t) + \theta^2 t \right) \right] \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \exp\left(-\frac{1}{2}\theta^2 t \right) < \infty. \end{aligned}$$

正

$$M^{(\theta)}(t) = 1 + \int_0^t \imath\theta M^{(\theta)}(s) \mathrm{d}B(s).$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \left\| \imath\theta M^{(\theta)} \right\|_B^T &= \left(\mathbb{E}\left[\left(M^{(\theta)}(T) \right)^2 \right] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\because \text{伊藤の等長性}) \\ &= \left(\mathbb{E}\left[\exp\left(2\imath\theta B(T) + \theta^2 T \right) \right] \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \exp\left(-\frac{1}{2}\theta^2 T \right) < \infty. \end{aligned}$$