

p.146. 【定理 6.1】証明 1.1.

誤 X が可積分ならば, 定理 2.8⑩より,

正 X が可積分ならば, 定理 2.8⑨より,

p.146. 【定理 6.1】証明 1.5.

誤

$$\mathbb{E}[|X|] = \mathbb{E}[|X|1_{\{|X|>n\}}] + \mathbb{E}[|X|1_{\{|X|\leq n\}}] < \infty$$

正

$$\mathbb{E}[|X|] = \mathbb{E}[|X|1_{\{|X|>n\}}] + \mathbb{E}[|X|1_{\{|X|\leq n\}}] < \infty$$

p.146. 【例 6.1】 1.1.

誤 Brown 運動 $\{B(t); t \in \mathbb{R}^+\}$ は, $\mathbb{E}[B(t)^2] = t$ であるから, 2 乗可

正 $T \in \mathbb{R}^+$ を所与とすると, Brown 運動 $\{B(t); t \in [0, T]\}$ は, $\mathbb{E}[B(t)^2] = t$ であるから, 2 乗可

p.147. 【例 6.2】 1.4.

誤 可積分である. 一方, 任意 $K \in \mathbb{N}$ に対して, $n > K$ であれば,

正 可積分である. 一方, 任意の $K \in \mathbb{N}$ に対して, $n > K$ であれば,

p.155. 【定理 6.11–Lévy-Doob の下方定理】 1.4–5.

誤 となるものとする. $X = \{X(n); n \in -\mathbb{N}\}$ を $\{\mathcal{G}_n; n \in -\mathbb{N}\}$ 優マルチンゲールとする. すなわち,

正 となるものとする. $X = \{X(n); n \in -\mathbb{N}\}$ を $\sup_{n \in -\mathbb{N}} \mathbb{E}[X(n)] < \infty$ となる $\{\mathcal{G}_n; n \in -\mathbb{N}\}$ 優マルチンゲールとする. すなわち, $\sup_{n \in -\mathbb{N}} \mathbb{E}[X(n)] < \infty$, かつ

p.156. 下 1.2.

誤 $\frac{1}{m} \mathbb{E}[|X(n)|]$ となるから,

正 $\frac{1}{m} \mathbb{E}[|X(n)|]$, かつ

$$\mathbb{E}[|X(n)|] = \mathbb{E}[X(n)] + 2\mathbb{E}[(X(n))^-] \leq \sup_{n \in -\mathbb{N}} \mathbb{E}[X(n)] + 2\mathbb{E}[(X(-1))^-] < \infty$$

となるから,

2

p.163. 【定理 6.19】証明 1.3.

誤

$$\mathbb{E}[X(\tau^{(n)} \wedge t^{(n)}) | \mathcal{F}_{s^{(r)}}] \leq X(\tau^{(r)} \wedge s^{(r)}) \quad \text{a.s., } n, r \in \mathbb{N}; r \geq n.$$

正

$$\mathbb{E}[X(\tau^{(n)} \wedge t^{(n)}) | \mathcal{F}_{s^{(r)}}] \leq X(\tau^{(n)} \wedge s^{(r)}) \quad \text{a.s., } n, r \in \mathbb{N}; r \geq n.$$

p.164. 【定理 6.20】証明 下 1.2.

誤

$$\mathbb{E}[X(\tau_2) | \mathcal{F}_{\tau_1}] = X(\tau_1)$$

正

$$\mathbb{E}[X(\tau_2) | \mathcal{F}_{\tau_1}] \leq X(\tau_1)$$

p.165. 【定理 6.22】 1.2.

誤 なる確率変数によって, $|X(t)| < Y$ となるならば, X は一様可積分マルチン

正 なる確率変数によって, $|X(t)| \leq Y$ となるならば, X は一様可積分マルチン

p.166. 【定理 6.25】 1.3.

誤

$$P(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| \geq a) \leq \frac{1}{a} \mathbb{E}[|X(\tau)| 1_{\{\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| \geq a\}}]$$

正

$$P(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| > a) \leq \frac{1}{a} \mathbb{E}[|X(\tau)| 1_{\{\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| \geq a\}}]$$

p.167. 1.3-4.

誤 式 (6.21) の証明 $\tau_a := \inf\{t \geq 0; |X(t)| > a\} \wedge \tau$ とすると, $P(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| > a) \leq P(|X(\tau_a)| \geq a)$ となるので,

正 式 (6.21) の証明 $\tau_a := \inf\{t \geq 0; |X(t)| \geq a\} \wedge \tau$ とすると, $P(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| > a) \leq P(|X(\tau_a)| \geq a)$ となるので,

p.167. 1.10.

誤 また, $\{|X(\tau_a)| \geq a\} \subset \{\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| \geq a\}$ となることから,

正 また, $\{|X(\tau_a)| \geq a\} \subseteq \{\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| \geq a\}$ となることから,

p.167. 下 1.3-下 1.6.

誤

$$P\left(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| \geq a^{\frac{1}{p}}\right) \leq a^{-\frac{1}{p}} \mathbb{E}\left[|X(\tau)| 1_{\left\{\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| \geq a^{\frac{1}{p}}\right\}}\right], \quad \forall a > 0.$$

よって,

$$\mathbb{E}\left[\left(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)|\right)^p\right] = \int_0^\infty P\left(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| \geq a^{\frac{1}{p}}\right) da$$

正

$$P\left(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| > a^{\frac{1}{p}}\right) \leq a^{-\frac{1}{p}} \mathbb{E}\left[|X(\tau)| 1_{\left\{\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| \geq a^{\frac{1}{p}}\right\}}\right], \quad \forall a > 0.$$

よって,

$$\mathbb{E}\left[\left(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)|\right)^p\right] = \int_0^\infty P\left(\sup_{s \in [0, \tau]} |X(s)| > a^{\frac{1}{p}}\right) da$$

p.172. 【命題 6.2】証明 1.7.

誤

$$= \mathbb{E}[\mathbb{E}[Y(D^a(v)) | \mathcal{F}_{D^a(\tau)}] | \mathcal{F}_\tau]$$

正

$$= \mathbb{E}[\mathbb{E}[Y(D^a(v)) | \mathcal{F}_{D^a(\tau)}] | \mathcal{F}_\tau]$$

p.174. 1.1.

誤 よって, あとは, $\{Y(\tau) = X(\tau)\}$ 上で $D^*(\tau) = \tau$ を示せばよい. $\{Y(\tau) =$

正 よって, あとは, $\{Y(\tau) = X(\tau)\}$ 上で $D^*(\tau) = \tau$ が示されれば題意が成立する. $\{Y(\tau) =$