p.118. 【例 5.1】l.4.

誤 $\mathbb{R}^+ \times \Omega\}$ とし，$Y = \{Y(t,\omega);\, t \in \mathbb{R}^+ \times \Omega\}$ を

正 $\mathbb{R}^+ \times \Omega\}$ とし，$Y = \{Y(t,\omega);\, (t,\omega) \in \mathbb{R}^+ \times \Omega\}$ を

p.120. l.12.

誤 例 5.1 と同様の議論によって，Brown 運動の有限次元分布は，推移確率密

正 例 5.2 ② と同様の議論によって，Brown 運動の有限次元分布は，推移確率密

p.120 (5.3) 式と【定義 5.6】の間に次を挿入.

正 【注 5.1】 確率過程 $B = \{B(t);\, t \in \mathbb{R}^+\}$ の有限次元分布が (5.3) で与えられるならば，B は，定義 5.4 の正規増分性と独立増分性を満たす[1]．したがって，定義 5.4 に代えて Brown 運動は，見本路が連続で，その有限次元分布が (5.3) で与えられる確率過程であると定義しても良い.

p.121. 【注 5.1】.

誤 【注 5.1】

正 【注 5.2】

p.122. **【例 5.4】**l.5.

誤 となることから [1],

正 となることから [2],

p.122. 脚注 1.

誤 [1] 以下,

正 [2] 以下,

p.123. l.2.

誤

$$= \int_0^1 \int_0^1 E[B(t)B(s)]\mathrm{d}t\mathrm{d}s$$

正

$$= \int_0^1 \int_0^1 \mathbb{E}[B(t)B(s)]\mathrm{d}t\mathrm{d}s$$

[1]津野 (2001) p.110 参照.

p.123. l.6.

誤　ただし，3 番目の等式は，Fubini の定理 (定理 3.7) による [2].

正　ただし，3 番目の等式は，Fubini の定理 (定理 3.7) による [3].

p.123. 脚注 2.

誤　[2]Schwarz の不等式より

正　[3]Schwarz の不等式より

p.123. 【定理 5.2】から p.125 の【定理 5.2】の証明の最後まで.

正　削除

p.131. **【 定義 5.11–Markov 過程】** l.1.

誤　確率過程 $X = \{X(t);\, t \in \mathbb{R}^+\}$ が,

正　適合的確率過程 $X = \{X(t);\, t \in \mathbb{R}^+\}$ が,

p.132. 下 l.1.

誤

$$\mathcal{F}_\tau \quad := \quad \{E \subset \Omega;\, E \cap \{\tau \le t\} \in \mathcal{F}_t,\ t \in \mathbb{R}^+\}$$

正

$$\mathcal{F}_\tau \quad := \quad \{E \subseteq \Omega;\, E \cap \{\tau \le t\} \in \mathcal{F}_t,\ t \in \mathbb{R}^+\}$$

p.133. l.1.

誤

$$\mathcal{F}_{\tau+} \quad := \quad \{E \subset \Omega;\, E \cap \{\tau \le t\} \in \mathcal{F}_{t+},\ t \in \mathbb{R}^+\}$$

正

$$\mathcal{F}_{\tau+} \quad := \quad \{E \subseteq \Omega;\, E \cap \{\tau \le t\} \in \mathcal{F}_{t+},\ t \in \mathbb{R}^+\}$$

p.133. l.18.

誤　定義 5.12 より，次の定理が成立する．証明は練習問題とする．

正　定義 5.13 より，次の定理が成立する．証明は練習問題とする．

p.134. l.2.

誤　$\mathcal{F}_0 \subset \mathcal{F}_\tau$. $E_s \in \mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}$, $s \in \mathbb{R}^+$, に対して，$(E_s \cap \{s < \tau\}) \cap \{\tau \le t\} =$

正　$\mathcal{F}_0 \subseteq \mathcal{F}_\tau$. $E_s \in \mathcal{F}_s \subseteq \mathcal{F}$, $s \in \mathbb{R}^+$, に対して，$(E_s \cap \{s < \tau\}) \cap \{\tau \le t\} =$

p.136. **【定理 5.12】証明** l.6.

誤

$$1_{E_i} = f_i(X(t);\, t \in [0, t_i]), \quad i \in \mathbb{Z}^+,$$

正

$$1_{E_i} = f_i(X(t)), \quad t \in [0, t_i], \quad i \in \mathbb{Z}^+,$$

p.136. **【定理 5.12】証明** l.9.

誤

$$\therefore \quad 1_{E_i} = f_i(X(t \wedge \tau);\, t \in [0, t_i]), \quad i \in \mathbb{Z}^+,$$

正

$$\therefore \quad 1_{E_i} = f_i(X(t \wedge \tau)), \quad t \in [0, t_i], \quad i \in \mathbb{Z}^+,$$

p.136. **【定理 5.12】証明** l.13.

誤

$$\tau_k := \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{2^k} 1_{(\frac{i-1}{2^k} \le \tau < \frac{i}{2^k})} + \infty 1_{(\tau = \infty)}, \quad k \in \mathbb{N},$$

正

$$\tau_k := \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{2^k} 1_{\left\{\frac{i-1}{2^k} \le \tau < \frac{i}{2^k}\right\}} + \infty 1_{\{\tau = \infty\}}, \quad k \in \mathbb{N},$$

p.137. 下 l.8–p138. 下 l6. **【補題 5.4】**と**その証明**

正　削除.

p.139. **【定理 5.13】証明**

正　次の文章に差し替える.
初めに停止時 τ の値が離散値しかとらない場合に題意が成立することを示す．$\{t_j \in \mathbb{R}^+;\, j \in \mathbb{N}\}$ を τ の値域とすると，

$$\{\tau \le t_j\} \in \mathcal{F}_{t_j}, \quad \{\tau < t_j\} = \cup_{t_l < t_j} \{\tau \le t_l\} \in \mathcal{F}_{t_j}$$

であるから，$G_j := \{\tau = t_j\} \in \mathcal{F}_{t_j}$．これより，

$$\{\tau = t_j\} \cap \{\tau \leq t\} \begin{cases} \in \mathcal{F}_t & \Longleftarrow \quad t \geq t_j \\ = \emptyset \in \mathcal{F}_t & \Longleftarrow \quad t < t_j \end{cases}$$

となるので，$G_j \in \mathcal{F}_\tau$．よって，任意の $E \in \mathcal{F}_\tau$ に対して，

$$E \cap G_j = E \cap \{\tau \leq t_j\} \cap G_j \in \mathcal{F}_{t_j}.$$

一方，X の Markov 性より，

$$P(X(t+t_j) \leq y | \mathcal{F}_{t_j}) = p(y, t_j + t, X(t_j), t_j) \quad \text{a.s.}$$

であるから，

$$P(\{X(t+t_j) \leq y\} \cap E \cap G_j) = \int_{E \cap G_j} p(y, t_j + t, X(t_j), t_j) \mathrm{d}P.$$

ここで，G_j では，$\tau = t_j$ であることと，仮定より $\cup_{j=1}^{\infty} G_j = \Omega$ となることに注意すると，

$$P(\{X(t+\tau) \leq y\} \cap E) = \int_E p(y, \tau + t, X(\tau), \tau) \mathrm{d}P. \tag{5.13}$$

あとは，$p(y, \tau + t, X(\tau), \tau)$ が $\mathcal{F}_\tau$-可測となることを示せばよい．定理 5.10 と定 5.11 より $X(\tau)$ は $\mathcal{F}_\tau$-可測であり，τ も $\mathcal{F}_\tau$-可測であるから，Feller 性の定義により，$f(y)$ が有界で連続な関数であれば,

$$\int f(y) p(\mathrm{d}y, \tau + t, X(\tau), \tau)$$

は，$\mathcal{F}_\tau$-可測となる．ここで，$\{f_m;\, m \in \mathbb{N}\}$ を $\lim_{m\to\infty} f_m(z) = 1_{\{z \leq y\}}(z)$, $z \in \mathbb{R}$, となる一様有界な連続関数列とすれば,

$$\lim_{m\to\infty} \int f_m(z) p(\mathrm{d}z, \tau + t, X(\tau), \tau) = p(y, \tau + t, X(\tau), \tau).$$

よって，$p(y, \tau + t, X(\tau), \tau)$ は，$\mathcal{F}_\tau$-可測となる．

次に，任意の停止時 τ について題意が成立することを示す．停止時 τ に対して，離散値停止時列 $\langle \tau_n;\, n \in \mathbb{N} \rangle$ を，$\tau_n \downarrow \tau \,(n \to \infty)$, $\tau_n \geq \tau$ となるものとする．このとき定理 5.7(2) より，$\mathcal{F}_\tau \subseteq \mathcal{F}_{\tau_n}$ となる．前段で示したことから，τ_n に対しては，X は強 Markov 性をもつので，f を有界な連続関数として，

$$\mathbb{E}[f(X(t+\tau_n)) | \mathcal{F}_{\tau_n}] = \int f(y) p(\mathrm{d}y, \tau_n + t, X(\tau_n), \tau_n) \quad \text{a.s.} \tag{5.14}$$

となる．よって，$E \in \mathcal{F}_\tau \subseteq \mathcal{F}_{\tau_n}$ に対して，

$$\int_E f(X(t+\tau_n)) \mathrm{d}P = \int_E \int f(y) p(\mathrm{d}y, \tau_n + t, X(\tau_n), \tau_n) \mathrm{d}P. \tag{5.15}$$

ここで，Feller 性，及び，X の右連続性から $X(\tau_n) \to X(\tau)\,(n \to \infty)$ となることから，(5.15) において，$n \to \infty$ とすると，Lebesgue の有界収束定理 (定理 2.12) より，

$$\int_E f(X(\tau+t))\mathrm{d}P = \int_E \int f(y)p(\mathrm{d}y, \tau+t, X(\tau), \tau)\mathrm{d}P. \tag{5.16}$$

さらに，(5.13) に続く議論から，$p(y, \tau+t, X(\tau), \tau)$ は，$\mathcal{F}_\tau$-可測となるので，題意が成立する． $\square$

p.140. **【定理 5.15】証明** l.2.

誤

$$\{\tau > 1\} = \{B(s) \in (a,b),\ s \in [0,1]\} \subset \{B(1) \in (a,b)\}$$

正

$$\{\tau > 1\} = \{B(s) \in (a,b),\ s \in [0,1]\} \subseteq \{B(1) \in (a,b)\}$$

p.141. l.5.

誤 $s \leq t_0 \leq t$ では，$\tau = t_0 \in \mathcal{F}_{t_0}$，独立増分性と正規分布の対称性を用いると，

正 $s \leq t_0 \leq t$ では，$\{\tau = t_0\} \in \mathcal{F}_{t_0}$，独立増分性と正規分布の対称性を用いると，

p.141. **【定理 5.16】証明** l.1.

誤 定理 5.2 より，

正 注 5.1 より，

p.141. **【定理 5.17】証明** l.1.

誤 $\{B(t) \geq x\} \subset \{\overline{B}(t) \geq x\} = \{\tau_x \leq t\}$ であるから，

正 $\{B(t) \geq x\} \subseteq \{\overline{B}(t) \geq x\} = \{\tau_x \leq t\}$ であるから，

p.143. 【注 5.2】.

誤 【注 5.2】

正 【注 5.3】