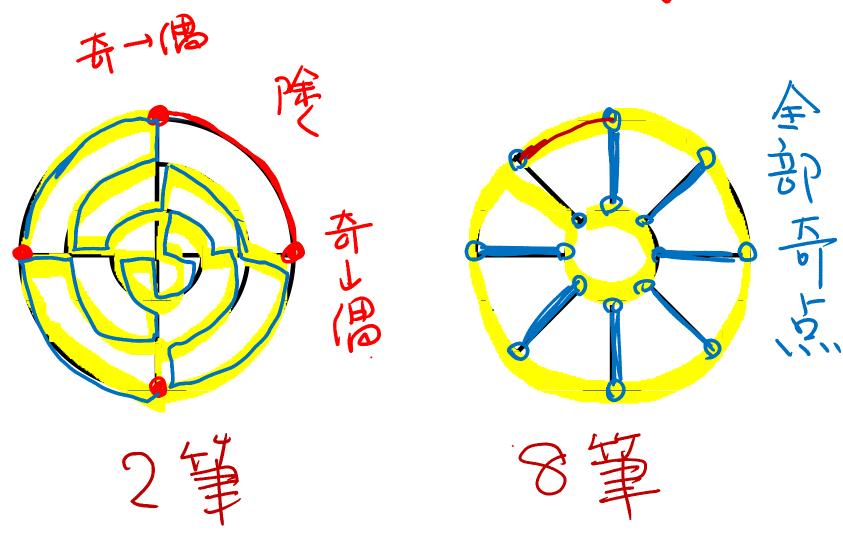
数学の世界A

(第3回)

2012.4.24

次のグラフは何筆書きできるか.

奇矣をマークしおう



n筆書き

奇点が 奇数個 のグラフは存在しない.

奇点が 0個 の連結なグラフはオイラーグラフ.

奇点が 2個 の連結なグラフは半オイラーグラフ、 から、の片才から 仏経 いて、もつープ の 本色

奇点が 2n個 の連結なグラフは n 筆書きできる.

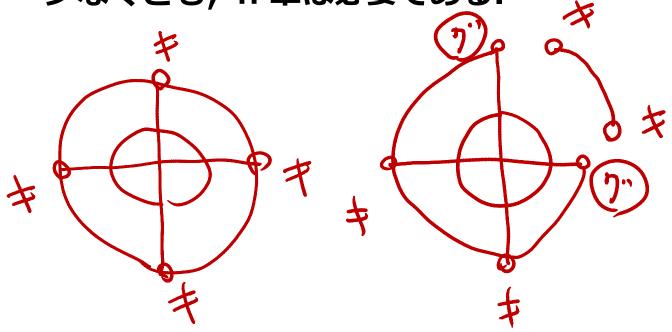
 $\eta = 2, 3, 4$

奇点:次数が奇数の頂点

証明の考え方①

元へ戻らない一筆書きを行い,一度通った辺 は除いていくことにする.

1回の一筆書きで, 奇点を2個偶点にできる. 従って, 奇点が 2n 個の連結なグラフは 少なくとも, n 筆は必要である.

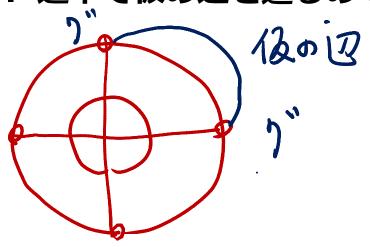


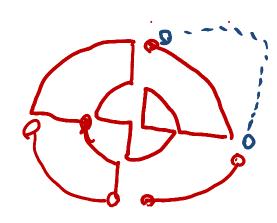
証明の考え方②

一方, 奇点が4個あるとき, そのうちの2個を仮 の辺で結ぶと, 奇点が2個になる.

このグラフは一筆書きができる。途中で仮の辺を通るので、もとのグラフは2筆書きできる。

奇点が2n個の連結なグラフは, □ 個仮の辺をつけると, (元へ戻らない) 一筆書きできるようになる. 途中で仮の辺を通るので, n 筆書きできる.



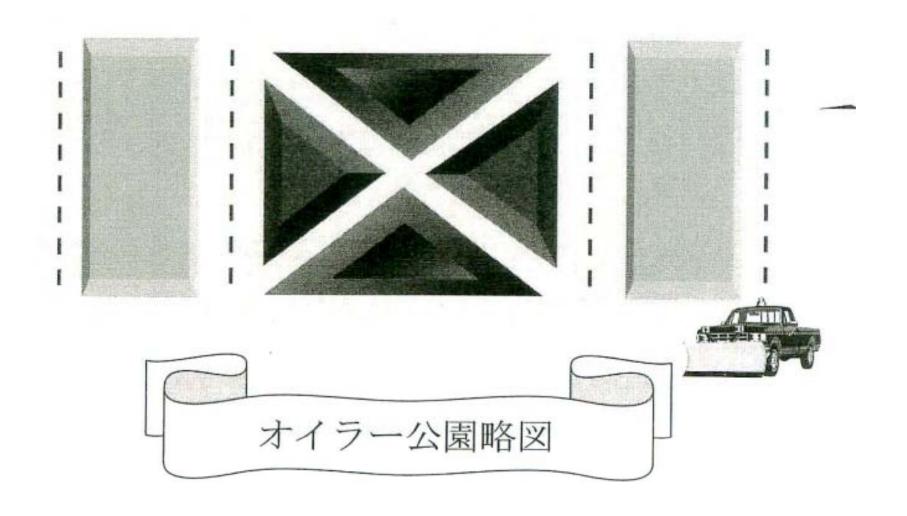


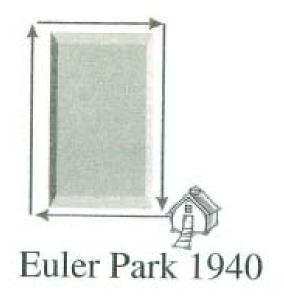
公園の除雪の問題

公園のすべての道の雪を除雪して、 もと(車庫)へ戻りたい。 しかも、移動する距離を最短にしたい。 どのような道順をたどればよいか。 距離は図を見たままとする。

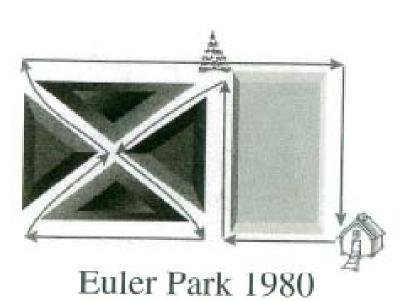


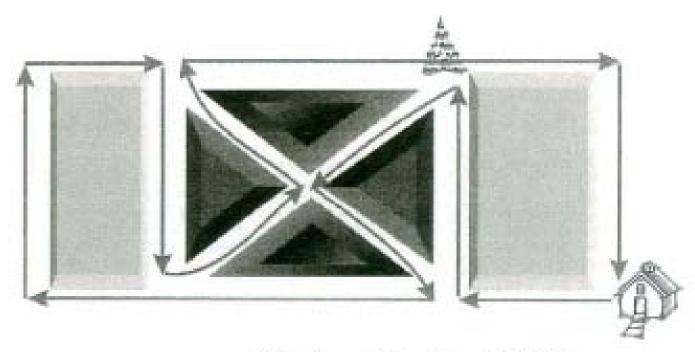
レオンハルト三世 (レオン君) と一世 (おじいちゃん)



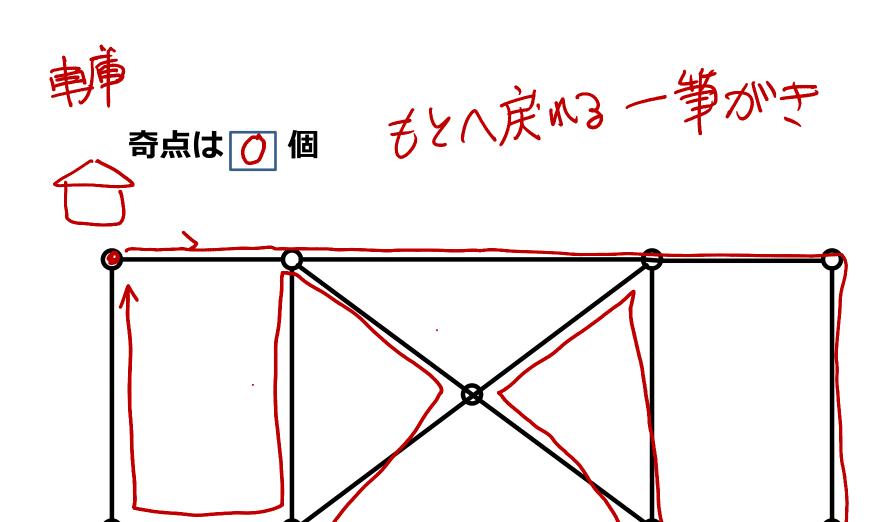




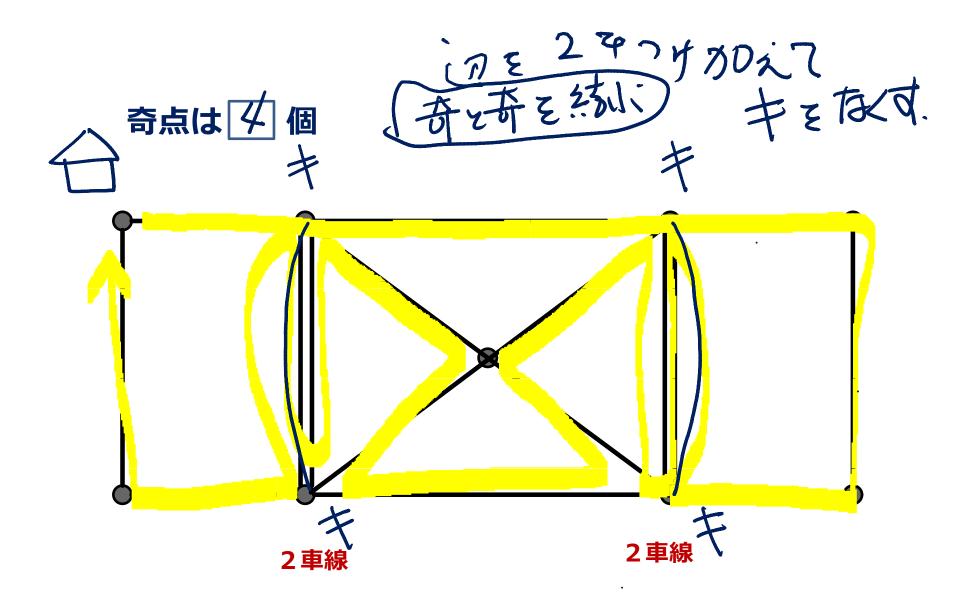


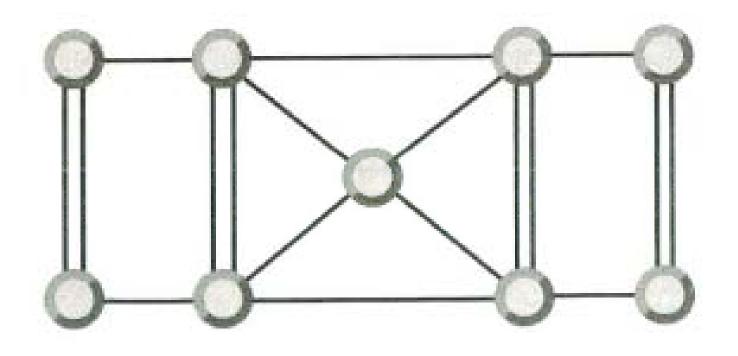


Euler Park 1990



どっかにコロエッけからえて一番早をおくす。できまだけ、短かく 奇点は 2 個 2車線





大雪後の公園のグラフ表現

中国郵便配達員問題 (Chinese postman problem)

中国人の数学者 管 梅谷(Mei-Gu Kwan) によって 1962年定式化された問題

郵便配達員が,担当区域の全ての通りを通って 郵便物を配達し,それから郵便局に戻ろうとして いる.

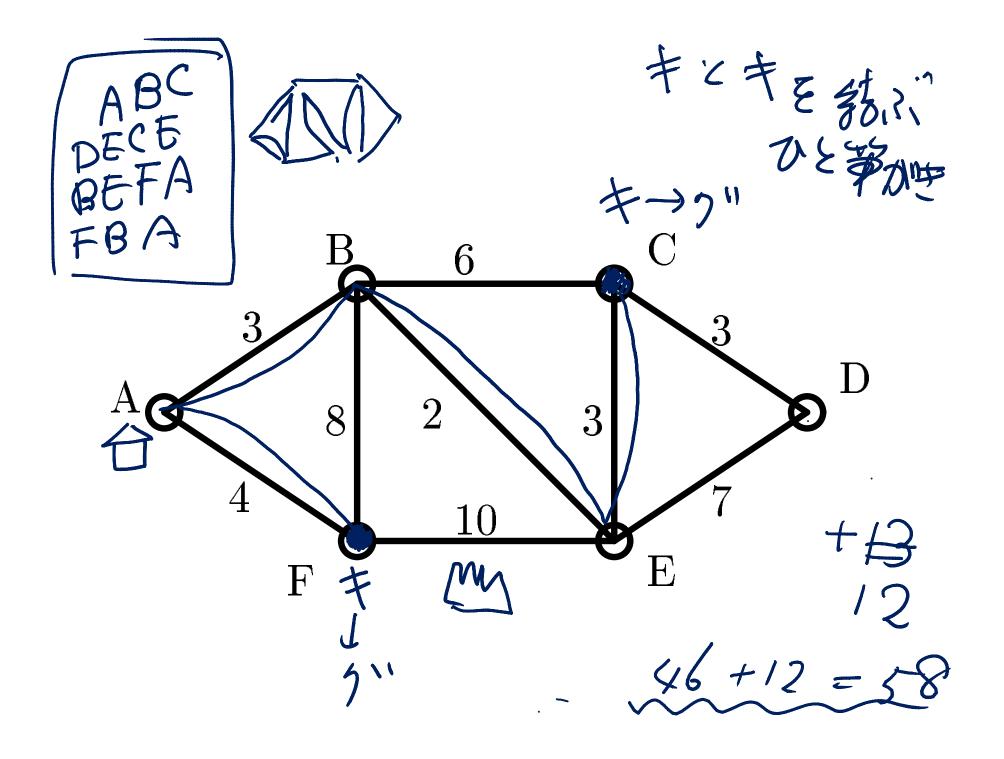
配達のために回る総距離を最小にするには道順をどのように決めればよいか.

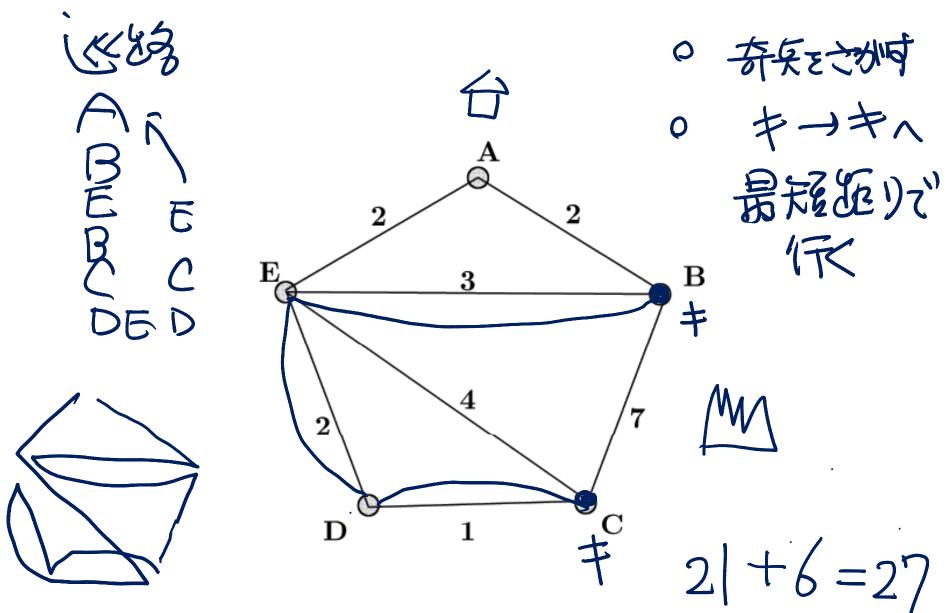
重みつきグラフ(Weighted Graph)

重みつきグラフとは、その全ての辺に、その 辺の重み(weight)とよばれる、正の数が割り当 てられているグラフのことである。

Chinese postman problemの定式化

どの辺もすべて少なくとも1度は通ってもとへ 戻る道(オイラー閉路・オイラーサイクル)で, その重みの総和が最小なるものを求めよ.





+6=27

${f B}$ \mathbf{C} 5 8 14 10 \mathbf{A} \mathfrak{D} 9 \mathbf{E} 6 \mathbf{F} 64 + 13 = 77

 $\mathbf{2}$ $\mathbf{2}$

奇気を含めず (B,F), (D,H) (3) (B, H), (D, F)



