

Kähler moduli stabilization in semi-realistic magnetized orbifold models

上村尚平(京産大益川塾)

based on Abe, Kobayashi, Sumita, and SU, arXiv:1703.03402 [hep-th]

Introduction

- Planck scale (10^{19} GeV) の理論 \rightarrow 量子重力

超弦理論 = 10 D上, 超対称な弦の理論

超弦理論から理解したい!

- Weak scale (10^2 GeV) の理論 \rightarrow 標準模型

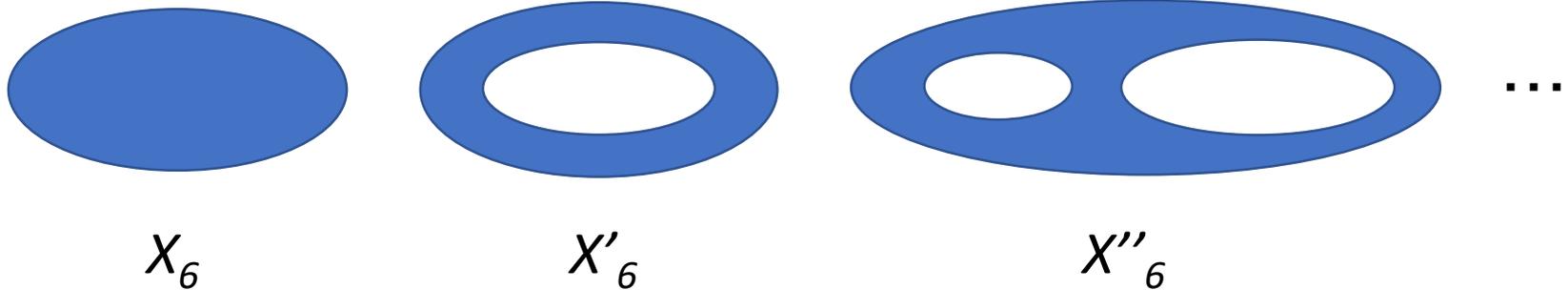
4D上の場の理論, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ のゲージ対称性, カイラル相互作用, 3世代の物質場, フレーバー構造, ...

超弦理論の真空

- 超弦理論のコンパクト化

10次元の時空 = 6次元の余剰次元 \rightarrow 6次元コンパクト空間 X_6

- X_6 は (今のところ) 手で与えるしかない (背景依存性)



\rightarrow 無数の(摂動論的)真空 \rightarrow 無数の低エネルギー有効理論

その中のどれかが本物の真空？

それが我々の宇宙 = 標準模型を記述している？



超弦理論現象論

Plan to Talk

1. Introduction
2. Model Building (Magnetized Orbifolds)
3. Moduli Stabilization in IIB string theory
4. Kähler Moduli Stabilization in semi-realistic models

2 Model Building (Magnetized Orbifold)

超弦理論の低エネルギー有効理論

- 超弦理論 = 超対称な弦の力学 → 多数の振動モード
→ 多数の場

- 閉弦 = 閉じた弦 = 重力, B場, ディラトン

振動数小
→ 軽いモード

- 開弦 = 開いた弦 = ゲージ場

忘れる

閉弦の有効理論

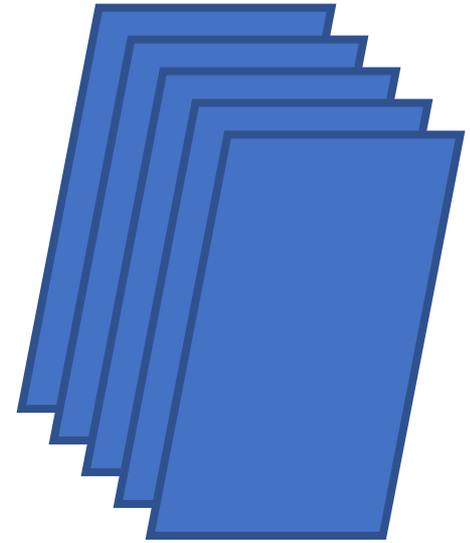
- 超重力理論 (SUGRA)

Sector	$ L\rangle \otimes R\rangle$	$SO(8)$ rep.	10d field
NS-NS	$\mathbf{8}_V \otimes \mathbf{8}_V$	$\mathbf{1} + \mathbf{28}_V + \mathbf{35}_V$	$\phi, B_{m_{\mu\nu}}, G_{\mu\nu}$
NS-R	$\mathbf{8}_V \otimes \mathbf{8}_C$	$\mathbf{8}_S + \mathbf{56}_S$	$\lambda_{\alpha}^1, \psi_{\mu\alpha}^1$
R-NS	$\mathbf{8}_C \otimes \mathbf{8}_V$	$\mathbf{8}_S + \mathbf{56}_S$	$\lambda_{\alpha}^2, \psi_{\mu\alpha}^2$
R-R	$\mathbf{8}_C \otimes \mathbf{8}_C$	$\mathbf{1} + \mathbf{28}_C + \mathbf{35}_C$	$a, C_{\mu\nu}, C_{\mu\nu\rho\sigma}$

表 2.1 IIB 型超弦理論のマスレス状態スペクトル

- コンパクト化 \rightarrow moduli  あとで

開弦 (Dp-brane)



- Dp-brane = $(p+1)$ 次元の広がりを持つ弦の解.
- 開弦の端点がつつける.
- Dp-brane に端点を持つ開弦の質量ゼロモード.
 - > ゲージ場の位置に対応
 - > ベクトル場 = ゲージ場 (+ ゲージノ)
- 開弦の質量ゼロモードの理論 = SYM理論.
- ゲージ群は開弦の端点の自由度 (Chan-Paton index) で決まる。
- N枚の Dp-brane -> $U(N)$ のゲージ群,

問題) $(p+1)$ 次元の $U(N)$ SYM から面白い模型が出せるだろうか？

10dim U(N) pure SYM 理論

- 10次元の N=1, U(N) 超対称ゲージ理論

← N 枚のD9-brane 上の有効理論

(A_M, ψ)

10次元のベクトル場 + 10次元のMajorana-Weyl fermion in adjoint rep.



dimensional reduction

- 4次元 N=4 U(N) 超対称ゲージ理論

$$V = (A_\mu, \psi_0), \Phi_1 = (\phi_1, \psi_1 = \psi_{+-}), \Phi_2 = (\phi_2, \psi_2 = \psi_{-+-}), \Phi_3 = (\phi_3, \psi_3 = \psi_{--+})$$

$$\phi_1 = A_4 + \tau_1 A_5$$

$$\phi_3 = \dots$$

ゲージ場とフェルミオンとスカラー場 → 満足？

No!

Pure SYM と 標準模型

N=4 U(N) Pure SYM

- ゲージ群はU(N)
- Vector-like (left-handed fermion と right-handed fermion が同じ表現に現れる)
- 全ての場が adjoint 表現
- 場は1世代だけ

標準模型

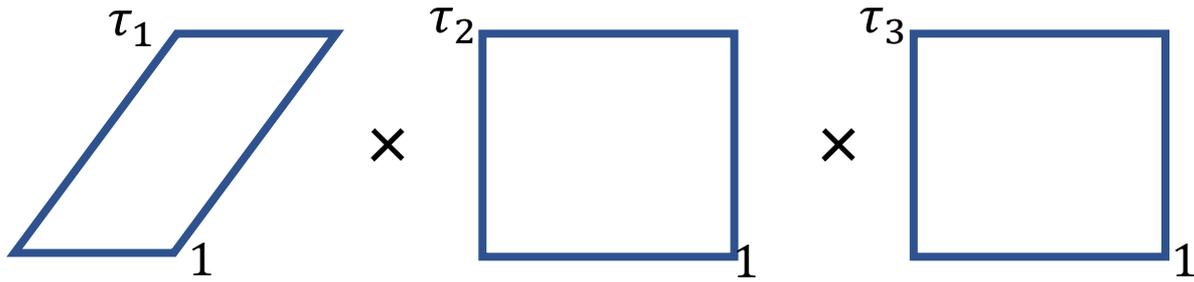
- $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
- Chiral (left-handed fermion と right-handed fermion が違う相互作用)
- ゲージ場以外の場は全部基本表現
- 3世代構造

解決策：

magnetic flux + orbifold = Magnetized orbifold!

Torus

- コンパクト化 = 6次元トーラス $T^6 = T^2 \times T^2 \times T^2$



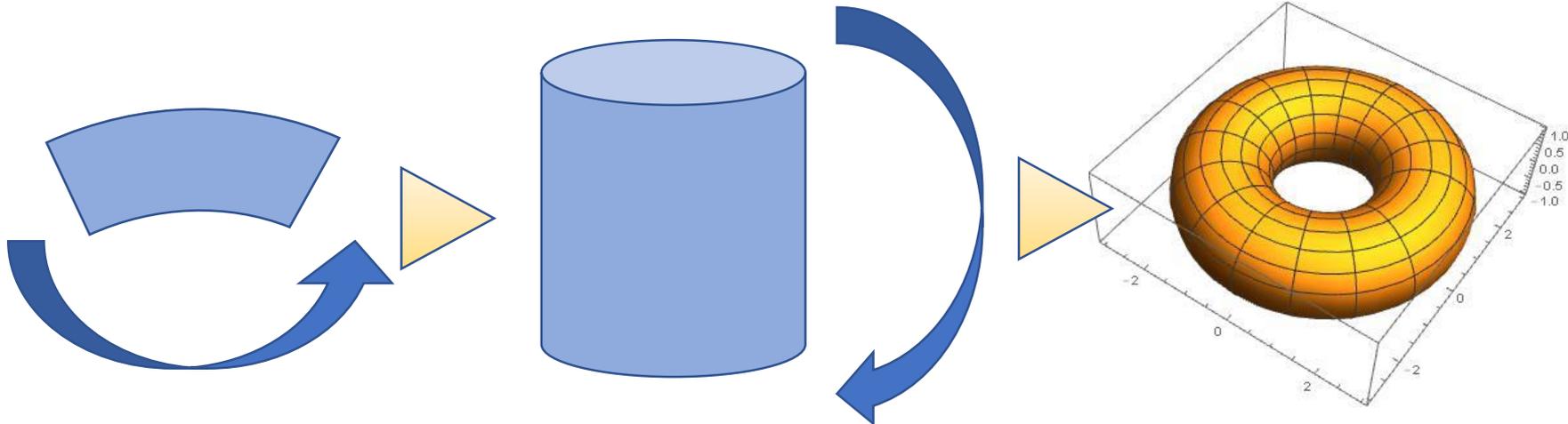
複素座標:

z_1

z_2

z_3

$$T^2 = \{z_i / \sim : z_i \sim z_i + 1, z_i \sim z_i + \tau_i\}$$



Magnetized Orbifold (torus)

- 背景磁場 ($N \times N$ 行列)

$$A_{\bar{z}} = -i \frac{\pi}{2\text{Im}\tau} m z, \quad A_z = i \frac{\pi}{2\text{Im}\tau} m \bar{z}$$

$$F_{z_i \bar{z}_i} = M^{(i)} = \begin{pmatrix} m_1^{(i)} \times 1_{n_1} & 0 & 0 \\ 0 & m_2^{(i)} \times 1_{n_2} & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{pmatrix},$$


$$U(N) \rightarrow U(n_1) \times U(n_2) \times \dots$$

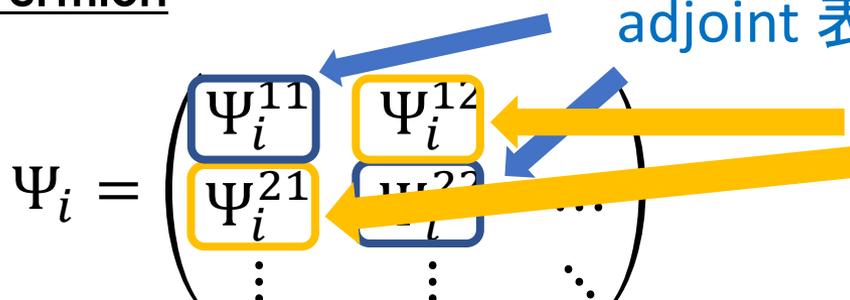
- ✓ ゲージ群が $U(n_1) \times U(n_2) \times \dots$

- Fermion

$$\Psi_i = \begin{pmatrix} \Psi_i^{11} & \Psi_i^{12} & \dots \\ \Psi_i^{21} & \Psi_i^{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

adjoint 表現

bi-fundamental 表現



- ✓ 基本表現の物質場

Zero modes

- 10次元の Dirac eq.

$$i\Gamma^\mu D_\mu \psi = m\psi,$$

コンパクト空間の波動関数

- 4+6次元に decompose

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_+ \\ \lambda_- \end{pmatrix}$$

$$\psi(x, y) = \sum_n \chi_n(x) \lambda_n(y),$$

- 質量ゼロモードに注目, $2 + 2 + 2$ に decompose, 2D Dirac eq.

$$\begin{aligned} \left[\bar{\partial}_i + \frac{\pi}{2 \operatorname{Im} \tau_i} (m_a^{(i)} - m_b^{(i)}) z_i \right] \lambda_+^{ab} &= 0 \\ \left[\partial_i - \frac{\pi}{2 \operatorname{Im} \tau_i} (m_a^{(i)} - m_b^{(i)}) \bar{z}_i \right] \lambda_-^{ab} &= 0 \end{aligned}$$

Zero modes

Dirac eq.

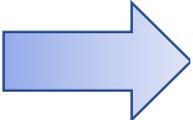
$$\left[\bar{\partial}_i + \frac{\pi}{2 \operatorname{Im} \tau_i} (m_a^{(i)} - m_b^{(i)}) z_i \right] \lambda_+^{ab} = 0$$

→ Gauss 型  $\lambda_+^{ab} \sim f(z_i) e^{\frac{\pi}{2 \operatorname{Im} \tau_i} (m_a^{(i)} - m_b^{(i)}) z^{(i)} \bar{z}^{(i)}}$

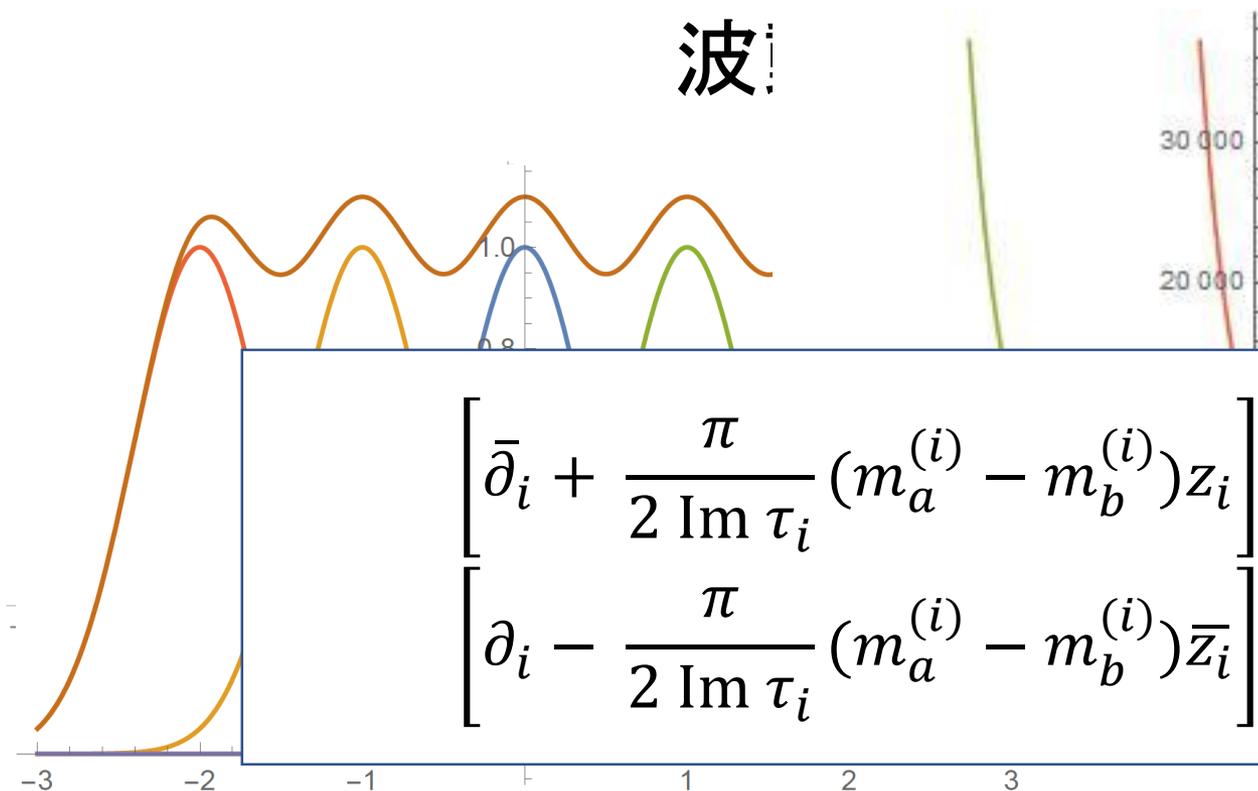
境界条件

$$\lambda(z+1) = e^{iq\chi_1} \lambda(z), \quad \lambda(z+\tau) = e^{iq\chi_2} \lambda(z)$$

$$\chi_1 = \frac{\pi}{\operatorname{Im} \tau} m \operatorname{Im} z, \quad \chi_2 = \frac{\pi}{\operatorname{Im} \tau} m \operatorname{Im} \bar{\tau} z, \quad m = m_a^{(i)} - m_b^{(i)}$$

 $\lambda_+^j = \mathcal{N}_j e^{i\pi q m (z+\zeta) \frac{\operatorname{Im}(z+\zeta)}{\operatorname{Im} \tau}} \vartheta \left[\begin{matrix} \frac{j}{qm} \\ 0 \end{matrix} \right] (qm(z+\zeta), qm\tau);$

波



$$\left[\bar{\partial}_i + \frac{\pi}{2 \operatorname{Im} \tau_i} (m_a^{(i)} - m_b^{(i)}) z_i \right] \lambda_+^{ab} = 0$$

$$\left[\partial_i - \frac{\pi}{2 \operatorname{Im} \tau_i} (m_a^{(i)} - m_b^{(i)}) \bar{z}_i \right] \lambda_-^{ab} = 0$$

有限な関数の解を持つのは $(m_a^{(i)} - m_b^{(i)}) < 0$ (for $i = j$) のみ

<-> fermion のほとんどがゼロモードを持たない

e.g. $\psi_1^{ab} = \psi_{+--}^{ab}$ が有限なゼロモード波動関数持つ

$$\longleftrightarrow m_a^{(1)} - m_b^{(1)} \leq 0, m_a^{(2,3)} - m_b^{(2,3)} \geq 0$$



理論はカイラルになる

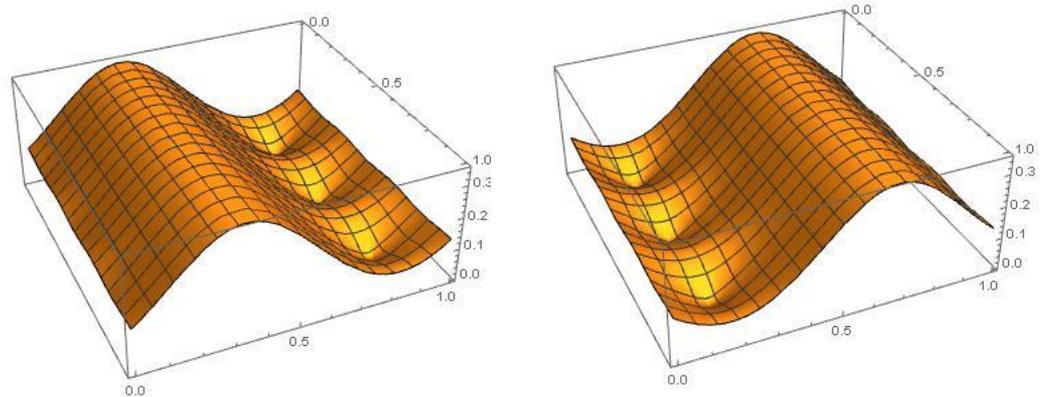
世代構造

- 一つのフェルミオンが複数のゼロモードを持つ

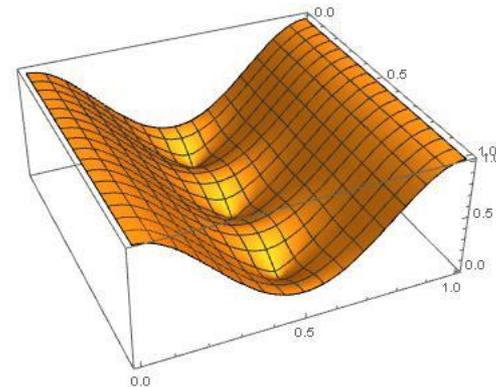
境界条件

$$\lambda(z + 1) = e^{iq\chi_1}$$

$$\chi_1 = \frac{\pi}{\text{Im}\tau} m \text{Im}z, \quad \chi_2$$



- 世代の数は
magnetic flux で定まる.
→ $\prod_i (m_a^{(i)} - m_b^{(i)})$



☑ 世代構造

Toroidal Orbifold

- トーラスを離散群で割りこむ.

$$Z_2 : T^2 \times T^2 \times T^2 \rightarrow T^2 \times -T^2 \times -T^2$$

- 離散群のもとでの場の変換を $N \times N$ 行列 P で表す. $P^2 = 1$ とする.

$$\begin{aligned} V(z_1, z_2, z_3) &\rightarrow +PV(z_1, -z_2, -z_3)P^{-1} \\ \Phi_1(z_1, z_2, z_3) &\rightarrow +P\Phi_1(z_1, -z_2, -z_3)P^{-1} \\ \Phi_2(z_1, z_2, z_3) &\rightarrow -P\Phi_2(z_1, -z_2, -z_3)P^{-1} \\ \Phi_3(z_1, z_2, z_3) &\rightarrow -P\Phi_3(z_1, -z_2, -z_3)P^{-1}, \end{aligned}$$

$$P_{a_1 a_2 \dots} = \begin{pmatrix} a_1 1_{n_1 \times n_1} & 0 & \dots \\ 0 & a_2 1_{n_2 \times n_2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

- この Z_2 で不変な解のみが残る.

ゲージノ

- ゲージノは磁束を感じていないので、ゼロモードは定数解で常に存在する。

$$V, \Phi_i(x, z_1, z_2, z_3) = V, \Phi_i(x)$$

- Orbifold

$$V(z_1, z_2, z_3) \rightarrow +V(z_1, -z_2, -z_3)$$

$$\Phi_1(z_1, z_2, z_3) \rightarrow +\Phi_1(z_1, -z_2, -z_3)$$

$$\Phi_2(z_1, z_2, z_3) \rightarrow -\Phi_2(z_1, -z_2, -z_3)$$

$$\Phi_3(z_1, z_2, z_3) \rightarrow -\Phi_3(z_1, -z_2, -z_3),$$

$\Phi_{2,3}$ は消えるので、残るのは V, Φ_1

物質場

- $U(N_i) \times U(N_j)$ の bifundamental の物質場の orbifold のもとでの変換は,

$$V(z_1, z_2, z_3) \rightarrow +a_i V(z_1, -z_2, -z_3) a_j$$

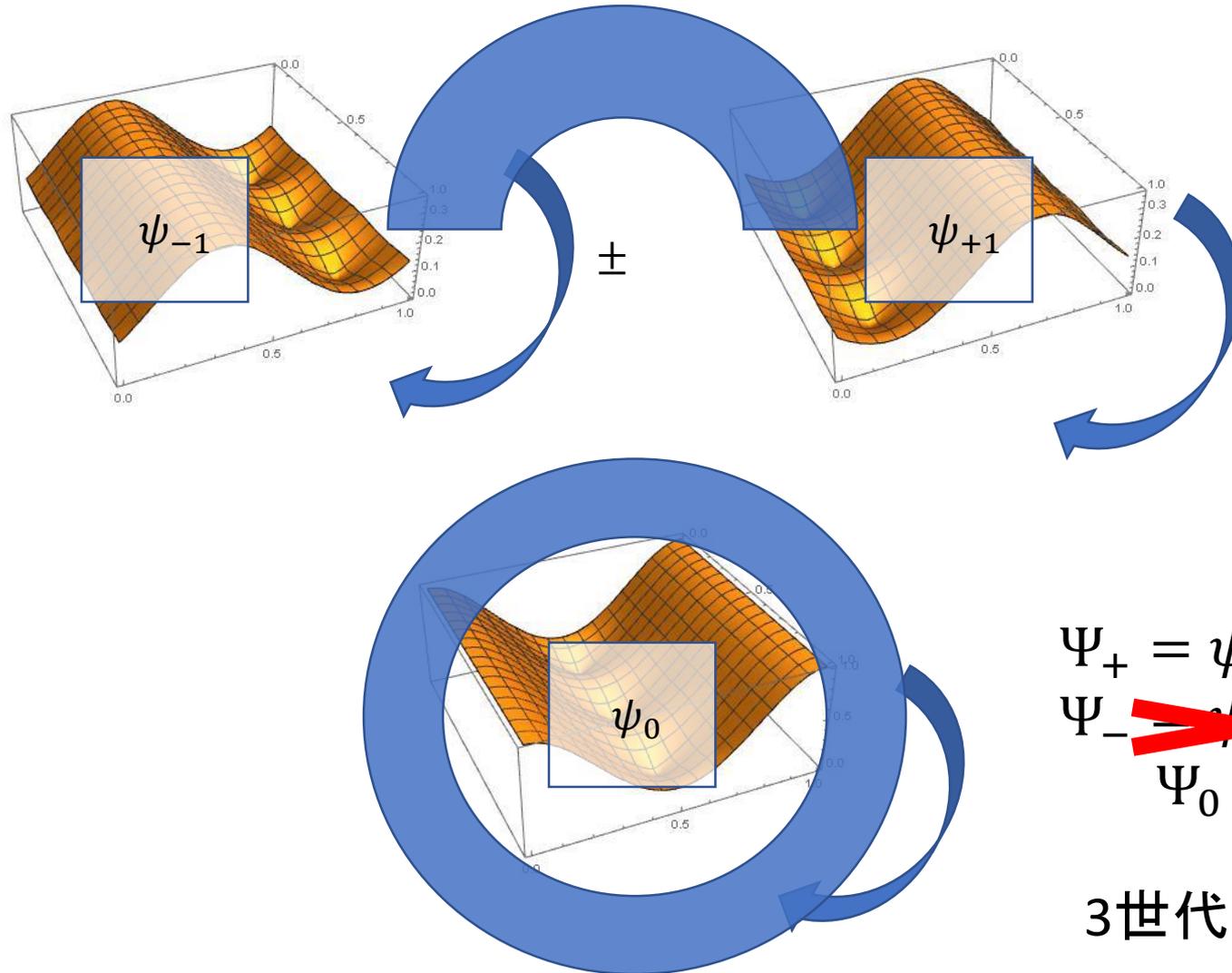
$$\Phi_1(z_1, z_2, z_3) \rightarrow +a_i \Phi_1(z_1, -z_2, -z_3) a_j$$

$$\Phi_2(z_1, z_2, z_3) \rightarrow -a_i \Phi_2(z_1, -z_2, -z_3) a_j$$

$$\Phi_3(z_1, z_2, z_3) \rightarrow -a_i \Phi_3(z_1, -z_2, -z_3) a_j,$$

- $a_i a_j$ の積と最初の符号で場の even/odd が定まる.
- さらに物質場は内部空間の波動関数があるので...

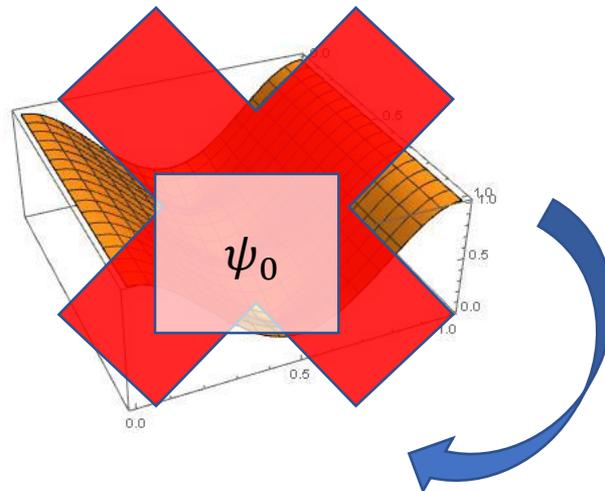
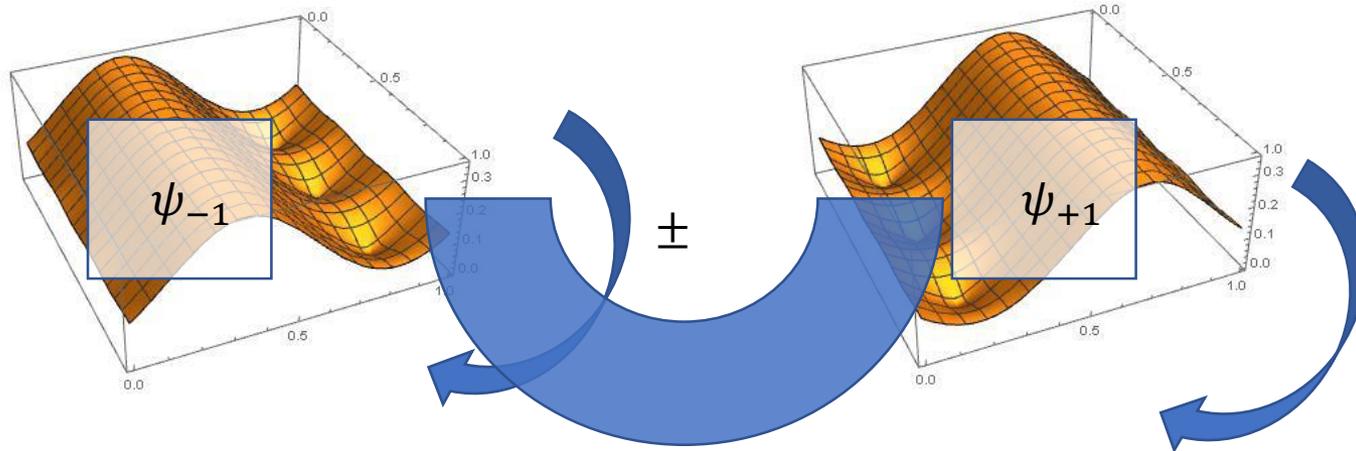
Even



$$\begin{aligned}\Psi_+ &= \psi_{-1} + \psi_{+1} \\ \Psi_- &= \psi_{-1} - \psi_{+1} \\ \Psi_0 &= \psi_0\end{aligned}$$

3世代 -> 2世代

Odd



$$\Psi_+ = \cancel{\psi_{-1}} + \psi_{+1}$$

$$\Psi_- = \psi_{-1} + \psi_{+1}$$

$$\cancel{\Psi_0 = \psi_0}$$

3世代 -> 1世代

Orbifold で残るゼロモード

- bifundamental matter

$ M $	0	1	2	3	4	5	$2n$	$2n + 1$
Even	1	1	2	2	3	3	$n + 1$	$n + 1$
Odd	0	0	0	1	1	2	$n - 1$	n

Table 1: The number of active zero-modes on the magnetized orbifold is shown, where M represents an effective magnetic flux (That corresponds to $m_a^{(i)} - m_b^{(i)}$ in Eqs. (2.3) and (2.4).).

Short Summary (Magnetized Orbifolds)

- N枚のDp-brane 上の有効理論 \rightarrow U(N) SYM

- vector like
- U(N) だけ
- adjoint rep. のみ



- Magnetic flux + orbifold

- chiral interaction
- いろんなゲージ群
- bifundamental matters



この手法を用いることで、
現実的なモデルを作ることができる?

YES!

Abe et al, *Nucl.Phys.* B894 (2015) 374-406

Marchesano et al, *Phys.Rev.* D71 (2005) 011701 etc.

e.g. X-Y-(X+Y) 模型

- 8枚のD9-brane \rightarrow U(8) SYM,
- 背景磁場,

$$\text{SU}(4) \times \text{SU}(2) \times \text{SU}(2)$$

$$M^{(1)} = \begin{pmatrix} a \times 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & (a+X) \times 1_2 & 0 \\ 0 & 0 & (a-Y) \times 1_2 \end{pmatrix},$$

$$M^{(2)} = \begin{pmatrix} b \times 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & (b-1) \times 1_2 & 0 \\ 0 & 0 & b \times 1_2 \end{pmatrix}, M^{(3)} = \begin{pmatrix} c \times 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & c \times 1_2 & 0 \\ 0 & 0 & (c+1) \times 1_2 \end{pmatrix},$$

- 射影行列 P' ,

$$V(z_1, z_2, z_3) \rightarrow P_{abc} V(-z_1, -z_2, z_3) P_{abc}^{-1}$$

$$\Phi_1(z_1, z_2, z_3) \rightarrow P_{abc} \Phi_1(-z_1, -z_2, z_3) P_{abc}^{-1}$$

$$\Phi_2(z_1, z_2, z_3) \rightarrow -P_{abc} \Phi_2(-z_1, -z_2, z_3) P_{abc}^{-1}$$

$$\Phi_3(z_1, z_2, z_3) \rightarrow -P_{abc} \Phi_3(-z_1, -z_2, z_3) P_{abc}^{-1},$$

$$P_{abc} = \begin{pmatrix} a \ 1_{4 \times 4} & 0 & 0 \\ 0 & b \ 1_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & 0 & c \ 1_{2 \times 2} \end{pmatrix}$$

e.g. X-Y-(X+Y) 模型

- 8枚のD9-brane \rightarrow U(8) SYM
- 背景磁場,

$$M^{(1)} \text{の差} = \begin{pmatrix} a \times 1_4 & X & -Y \\ -X & (a+X) \times 1_2 & -X-Y \\ Y & X+Y & (a-Y) \times 1_2 \end{pmatrix},$$

$$M^{(2)} \text{の差} = \begin{pmatrix} b \times 1_4 & -1 & 0 \\ 1 & (b-1) \times 1_2 & +2 \\ 0 & -2 & b \times 1_2 \end{pmatrix}, M^{(3)} \text{の差} = \begin{pmatrix} c \times 1_4 & 0 & 1 \\ 0 & c \times 1_2 & 1 \\ -1 & -1 & (c+1) \times 1_2 \end{pmatrix},$$

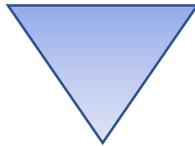
$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} * & 0 & \bar{Q}_R^Y \\ \bar{Q}_L^X & * & H^{X+Y} \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}, \Phi_2 = \begin{pmatrix} 0 & Q_L^X & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Phi_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ Q_R^Y & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

e.g. X-Y-(X+Y) 模型

- 8枚のD9-brane \rightarrow U(8) SYM,

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} * & 0 & \bar{Q}_R^Y \\ \bar{Q}_L^X & * & H^{X+Y} \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}, \Phi_2 = \begin{pmatrix} 0 & Q_L^X & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Phi_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ Q_R^Y & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 射影 $P' = P_{+--}$,



$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Phi_2 = \begin{pmatrix} 0 & Q_L & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Phi_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ Q_R & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

X=Y=3 の時, 物質3世代, Higgs が6世代いる Pati-Salam を再現している.

3 Moduli Stabilization

Moduli Stabilization

- moduli fields = 真空を特徴づけているスカラー場

例) Higgs場 $v_{ev} = 246 \text{ GeV} \approx \text{weak scale}$

- (CY空間にコンパクト化された)超弦理論の場合,
moduli は次の3つに分類される。

- | | | | |
|--------------|-------|--|---------------------------|
| 1. ディラトン | S |  | ストリングカップリング (0 (6)-cycle) |
| 2. 複素構造 | U_i |  | 3- cycle のサイズ |
| 3. ケーラーモジュライ | T_i |  | 2 (4)-cycle のサイズ |

ツリーレベルではこれらの場は質量ゼロモードとして現れる

but,

実際にはそのような相互作用は観測されていない -> 重くなっている

Moduli stabilization

Gukov–Vafa–Witten superpotential

- IIB型超弦理論.
- 3形式場 G_3 を背景場として考えると次のような super potential (GVW superpotential)が出てくる. *S. Gukov et al (2000)*

$$W = \int G_3 \wedge \Omega$$

$G_3 = H + \textcircled{S}F$ holomorphic 3-form \supset 複素構造

- F-term スカラーポテンシャル

$$V_F = e^K \left(\sum_{i,j=\text{moduli}} K^{i\bar{j}} D_i W D_{\bar{j}} \bar{W} - 3|W|^2 \right) \rightarrow \partial_i V_F = D_i W(\dots) + D_{\bar{i}} \bar{W}(\dots)$$

$\rightarrow D_i W = 0$ に stabilize

ディラトンと複素構造はこれで固定. ケーラーは？

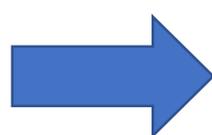
KKLTシナリオ S. Kachru et al (2003)

- スーパーポテンシャルとして次のようなものを考える.

$$W = W_0 + e^{-aT}$$

- この時 ADS な SUSY minimum が存在して、

$$\begin{aligned} D_T W &= K_T (W_0 + e^{-aT}) - a e^{-aT} \\ &= (K_T - a) e^{-aT} + K_T W_0 = 0 \end{aligned}$$


$$\langle T \rangle = -\frac{1}{a} \log \frac{K_{\langle T \rangle} W_0}{a - K_{\langle T \rangle}}$$

- 特に, $\langle T \rangle$ が十分大きくなるためには, 小さな W_0 が必要になる。

$\langle T \rangle$ が小さいとSUGRA近似が破たんする

+ anti D-brane を入れて
de Sitter な(偽)真空を得る

D-brane instanton

- 時間的な広がりを持たない D-brane

$$\begin{aligned}\Delta W_{np} &= \int \mathcal{D}\alpha_1 \cdots \mathcal{D}\alpha_k \mathcal{D}\gamma_1 \cdots \mathcal{D}\gamma_k e^{-S_{cl}} \prod_k e^{d_k^{ij} \alpha_i \psi_k \gamma_j}, \\ &= \prod_i \psi_i e^{-S_{cl}}\end{aligned}$$

特徴

- 非摂動的スーパーポテンシャルが zero-mode の構造で決まる。
- zero-mode は magnetized orbifold の magnetic flux を持たない D-brane と D-brane の間の zero-mode のカウントとほぼ同じ
- D-brane の古典アクションでサプレス

KKLT from D-brane instanton

- D-brane instanton が生成するスーパーポテンシャル

$$\Delta W_{np} = e^{-a_i T_i}$$

- 欲しいスーパーポテンシャル

$$W = W_0 + e^{-a T}$$

$S_{cl} = D - brane$ の古典作用

$= D - brane$ が巻き付いている $p - cycle$ の体積 $= \sum a_i T_i$



余計な場も欲しくないな

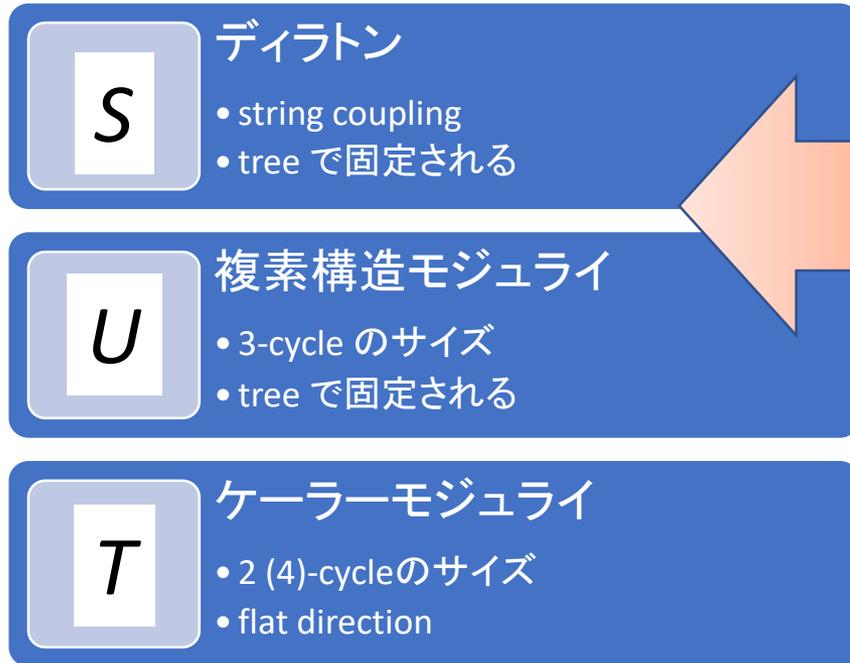
KKLT from D-brane instanton

まとめると、

余計な zero-mode を持たない D-brane instanton の配位が存在すればよい

Short Summary (Moduli Stabilization)

- 超弦理論をコンパクト化 \rightarrow モジュライ場と呼ばれるスカラー場



Background 3-form flux

余計な zero-mode を消せるか？



4 Kähler moduli stabilization in semi-realistic orbifolds

復習

超弦理論から現実的なモデルを得たい！

D-brane 模型 \rightarrow 低エネルギー有効理論 = SYM \rightarrow magnetized orbifold

我々の宇宙をそのように解釈できるか？

\leftrightarrow 上手い場の配位(magnetic flux)と幾何(射影)が存在するか？

超弦理論の安定な(偽)真空を得たい

Moduli 固定 \rightarrow 3-form flux + 非摂動効果

安定な宇宙が存在するか？

\leftrightarrow 上手い非摂動効果をいれることはできるか？

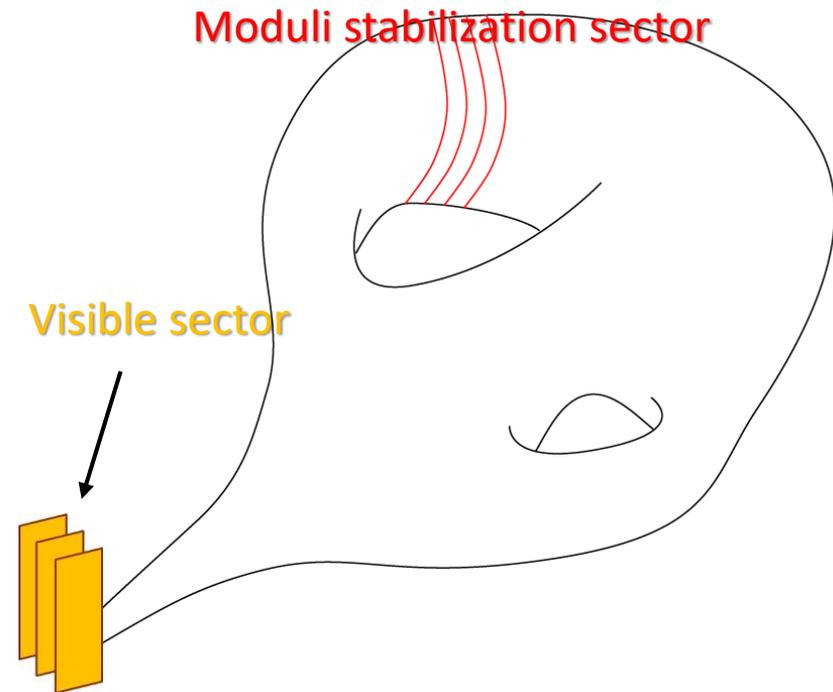
\rightarrow (特にD-brane instanton の場合) 余計なゼロモードを持たない配位が存在するか？

moduli 固定と模型構築は両立できるか？

よく見る正当化

- 3-form フラックスはそれほど幾何を変えないと仮定
- ケーラーモジュライ固定のセクターは visible sector と無関係

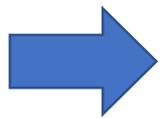
実際にこのような幾何が必ずしも実現できるとは限らない



D9-brane models on $Z_2 \times Z'_2$ toroidal orbifolds

$$\begin{aligned}\Theta \in Z_2: T^2 \times T^2 \times T^2 &\rightarrow -T^2 \times -T^2 \times T^2 \\ \Theta' \in Z'_2: T^2 \times T^2 \times T^2 &\rightarrow T^2 \times -T^2 \times -T^2\end{aligned}$$

- Magnetized D9-brane models
 - > トーラスは visible sector で埋め尽くされている
- moduli stabilization sector を visible sector から離すことはできない.



この上で現実的な模型構築とモジュライ固定は
両立するのか?

具体的にやってみよう!

Pati-Salam模型 based on D9-brane模型

現実的な模型構築

- ゲージ群 ← D9-brane のゲージ対称性
- 物質場 ← D9-brane に端点を持つ開弦のゼロモード

Moduli stabilization

- 複素構造 + デイラトン ← 3-form フラックス
- ケーラーモジュライ ← FI-term + D-brane インスタントン

ケーラーモジュライの比を固定

スケールを固定

模型

- X-Y-(X+Y) 模型 / Z_2
- 8枚のD9-brane \rightarrow U(8) SYM
- 背景磁場,

$$M^{(1)} = \begin{pmatrix} a \times 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & (a+X) \times 1_2 & 0 \\ 0 & 0 & (a-Y) \times 1_2 \end{pmatrix},$$

$$M^{(2)} = \begin{pmatrix} b \times 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & (b-1) \times 1_2 & 0 \\ 0 & 0 & b \times 1_2 \end{pmatrix}, M^{(3)} = \begin{pmatrix} c \times 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & c \times 1_2 & 0 \\ 0 & 0 & (c+1) \times 1_2 \end{pmatrix},$$

- 射影行列(P, P')

$$V(z_1, z_2, z_3) \rightarrow P_{abc} V(-z_1, -z_2, z_3) P_{abc}^{-1}$$

$$\Phi_1(z_1, z_2, z_3) \rightarrow -P_{abc} \Phi_1(-z_1, -z_2, z_3) P_{abc}^{-1}$$

$$\Phi_2(z_1, z_2, z_3) \rightarrow -P_{abc} \Phi_2(-z_1, -z_2, z_3) P_{abc}^{-1}$$

$$\Phi_3(z_1, z_2, z_3) \rightarrow P_{abc} \Phi_3(-z_1, -z_2, z_3) P_{abc}^{-1},$$

$$P_{abc} = \begin{pmatrix} a 1_{4 \times 4} & 0 & 0 \\ 0 & b 1_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & 0 & c 1_{2 \times 2} \end{pmatrix}$$

模型

- カイラルスーパーフィールド ($P' = P'_{+--}$)

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H^{X+Y} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Phi_2 = \begin{pmatrix} 0 & Q_L^X & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Phi_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ Q_R^Y & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- さらに P な不変なモードのみが質量ゼロ状態として残る

$ M $	0	1	2	3	4	5	$2n$	$2n+1$
Even	1	1	2	2	3	3	$n+1$	$n+1$
Odd	0	0	0	1	1	2	$n-1$	n

Table 1: The number of active zero-modes on the magnetized orbifold is shown, where M represents an effective magnetic flux (That corresponds to $m_a^{(i)} - m_b^{(i)}$ in Eqs. (2.3) and (2.4).).

模型: 3世代模型

- 3世代の物質場が実現できる模型

	X	Y	P	# of Higgs
No.1	4	4	P_{+--+}	5
No.2	5	5	P_{+--+}	6
No.3	7	7	P_{++-}	8
No.4	8	8	P_{++-}	9
No.5	4	5	P_{+--+}	5
No.6	7	8	P_{++-}	8
No.7	4	7	P_{+--}	5
No.8	4	8	P_{+--}	5
No.9	5	7	P_{+--}	5
No.10	5	8	P_{+--}	6

- a,b,c は世代数に寄与しない(単位行列に比例しているため)

SUSY条件 (FI-terms)

$$\bullet \xi_c = \frac{a}{A^{(1)}} + \frac{b}{A^{(2)}} + \frac{c}{A^{(3)}} = 0$$

$$\bullet \xi_L = \frac{(a+X)}{A^{(1)}} + \frac{(b-1)}{A^{(2)}} + \frac{c}{A^{(3)}} = 0$$

$$\bullet \xi_R = \frac{(a-Y)}{A^{(1)}} + \frac{b}{A^{(2)}} + \frac{(c+1)}{A^{(3)}} = 0$$

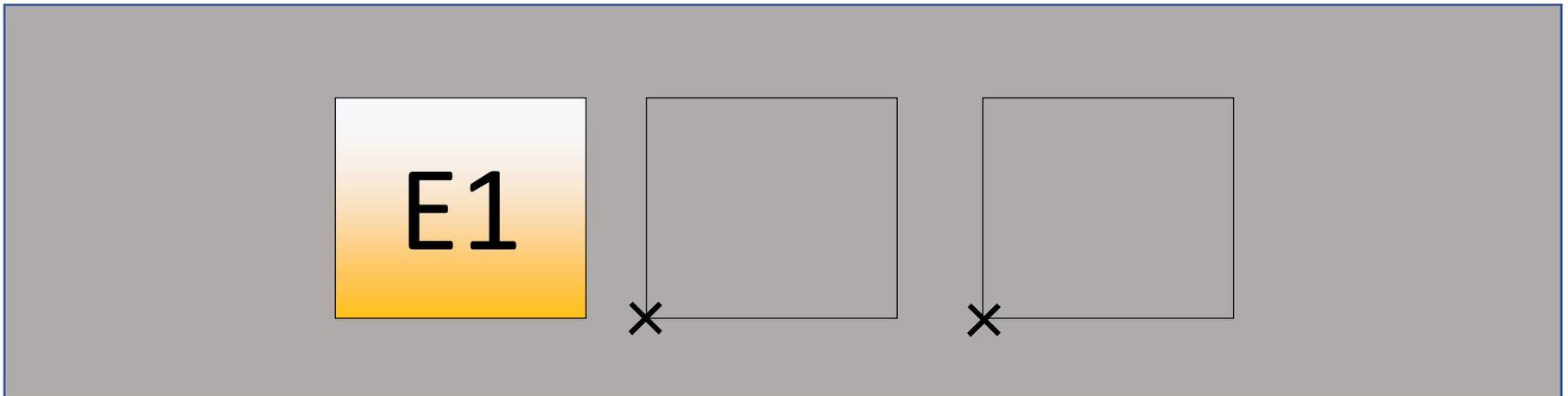
 $\frac{A^{(1)}}{A^{(2)}} = X, \quad \frac{A^{(1)}}{A^{(3)}} = Y, \quad a + bX + Yc = 0$ SUSY条件からトーラスの比が決まる
スケールはこれだけでは決まらない

10 × (整数無限)² 個の模型

この模型の中に, zero-mode を持たない
D-brane instanton の配位はあるか?

E1-brane

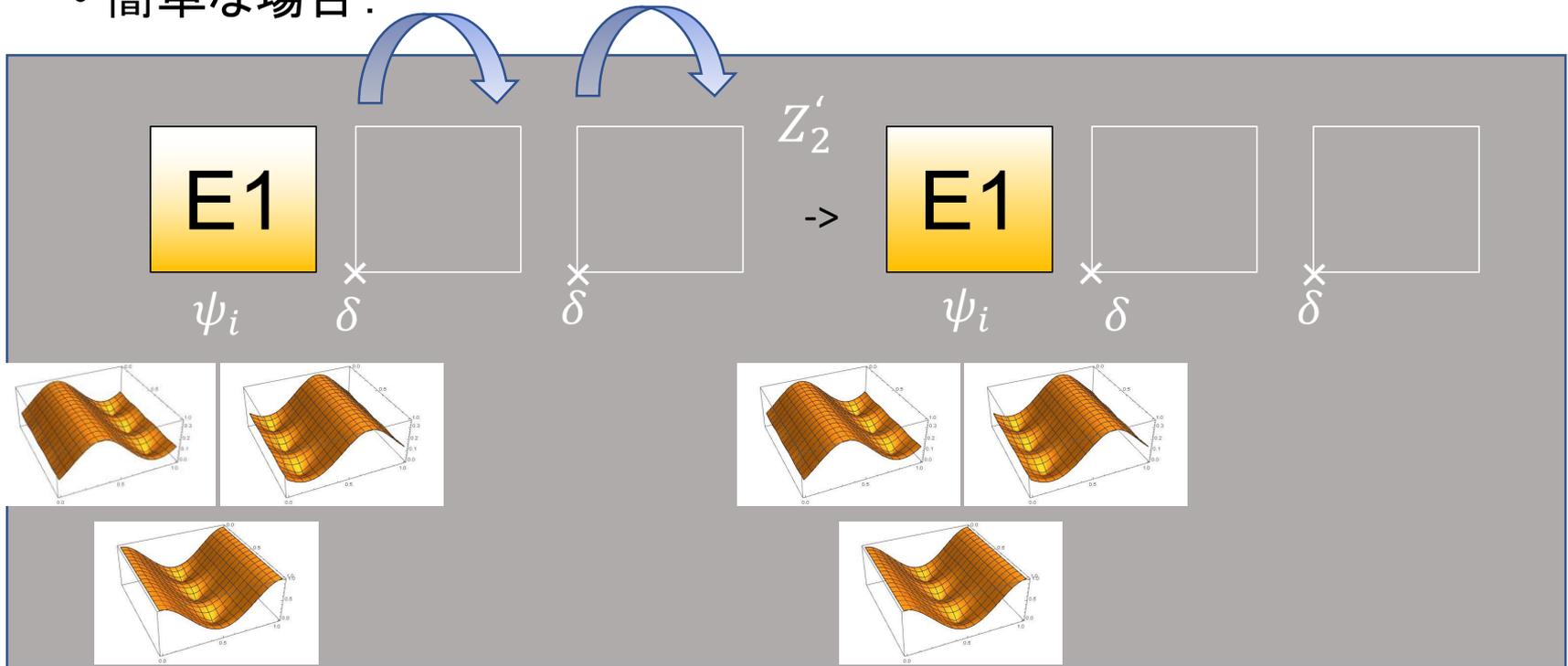
- i 番目のトーラスに巻き付いた E1-brane.



- 背景磁場, orbifolding がなければ, D9-brane との間で (Φ_j, Φ_k) がゼロモードとして残る.
- orbifolding と磁束で消せるか？

E1-brane

- 簡単な場合:



- Z_2' のもとでのE1-D9のゼロモード波動関数の変換は,

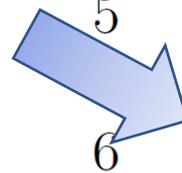
$$\begin{aligned} \Phi_2(z_1, z_2, z_3) &\rightarrow -P'_{D9} \Phi_2(z_1, -z_2, -z_3) P'_{E1}{}^{-1} \\ \Phi_3(z_1, z_2, z_3) &\rightarrow -P'_{D9} \Phi_3(z_1, -z_2, -z_3) P'_{E1}{}^{-1}, \end{aligned}$$

E1-brane

- 全てのD9-brane との間モードを odd にできるか?
= 対応する射影行列が P_{+++} (P_{---}) ならできる.

	X	Y	P	# of Higgs
No.1	4	4	P_{+--+}	5
No.2	5	5	P_{+--+}	6
No.3	7	7	P_{+++-}	8
No.4	8	8	P_{+++-}	9
No.5	4	5	P_{+--+}	5
No.6	7	8	P_{+++-}	8
No.7	4	7	P_{+---}	5
No.8	4	8	P_{+---}	6
No.9	5	7	P_{+---}	6
No.10	5	8	P_{+---}	6

$$P' = P_{+---}$$

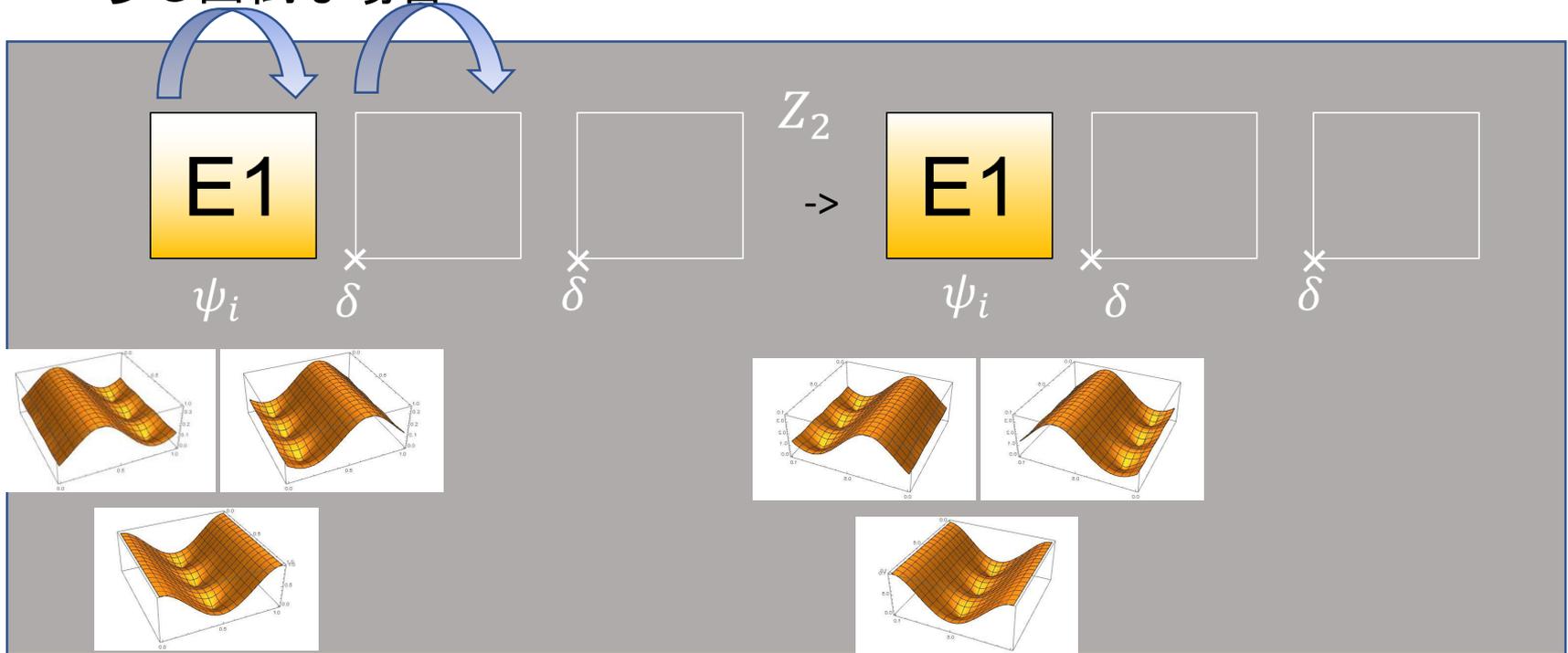


$$P'P = P_{+++}$$

-> 模型No. 7,8,9,10

E1-brane

- 少し面倒な場合:



- Z_2 のもとでのE1-D9のゼロモード波動関数の変換は,

$$\begin{aligned} \Phi_2(z_1, z_2, z_3) &\rightarrow -P_{D9} \Phi_2(-z_1, -z_2, z_3) P_{E1}^{-1} \\ \Phi_3(z_1, z_2, z_3) &\rightarrow -P_{D9} \Phi_3(-z_1, -z_2, z_3) P_{E1}^{-1}, \end{aligned}$$

E1-br

$$M^{(1)} = \begin{pmatrix} a \times 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & (a + X) \times 1_2 & 0 \\ 0 & 0 & (a - Y) \times 1_2 \end{pmatrix},$$

$$M^{(2)} = \begin{pmatrix} b \times 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & (b - 1) \times 1_2 & 0 \\ 0 & 0 & b \times 1_2 \end{pmatrix},$$

$$M^{(3)} = \begin{pmatrix} c \times 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & c \times 1_2 & 0 \\ 0 & 0 & (c + 1) \times 1_2 \end{pmatrix},$$

- 少し面倒な場合

$ M $	0	1	2	3	4
Even	1	1	2	2	3
Odd	0	0	0	1	1

$\leq n-1$ n

Table 1: The number of active zero-modes on the magnetized orbifold is shown, where M represents an effective magnetic flux (That corresponds to $m_a^{(i)} - m_b^{(i)}$ in Eqs. (2.3) and (2.4).).

- これで消えるためには odd かつ $\lambda_i = \lambda_j$ である必要

-> D9-brane の背景磁場に制限

結果: すべての模型について b, c を調整すれば E1-brane による moduli 固定のためのスーパーポテンシャル ($W_{np} = e^{-2\pi T_i}$) は生成される

no. 7,8,9 というタイプの模型では パラメータの制限なしで. 他のものでは magnetic flux を調整すれば望ましい D-brane instanton の配位を見つけることができる.



これだけじゃあんまりおもしろくない

$$W_0$$

- ある程度大きな T_i の期待値を実現するには小さな定数項が必要:
 $W = W_0 + e^{-2\pi T_i}$

$$\langle T \rangle = -\frac{1}{a} \log \frac{K_{\langle T \rangle} W_0}{a - K_{\langle T \rangle}} \quad \Rightarrow \quad K_{\langle T \rangle} = 1, a = 2\pi, \langle T \rangle = 1$$

means $W_0 \sim 10^{-2}$

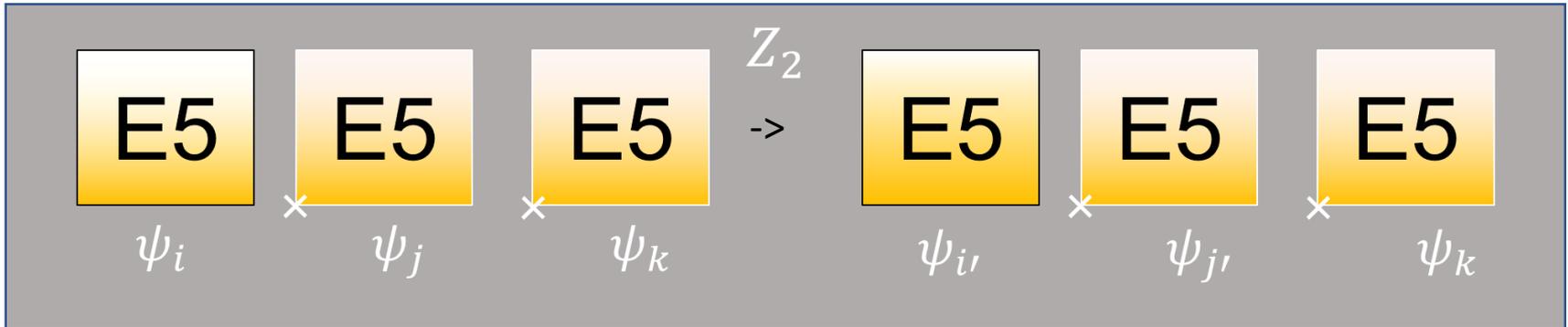
- これを実現したい
- どうやって? \rightarrow E-brane (E5-brane) を使って!

$$W_{E5} = e^{-S} = e^{-\langle S \rangle}$$

\rightarrow Sの期待値がある程度大きければ小さな定数項とみなせる

E5-brane

- D9-D9 システムと同様



- ゼロモードを消すには Z_2 odd かつ $\psi_i = \psi_{i'}$.
→ 磁場や射影に強い制限

- $2X - Y \neq 0, X - 2Y \neq 0, 0 < |X - Y| < 3,$
- $b = 1, c = -1, \text{ or } b = 2, c = -2,$

→ No. 5,6,9

例 (No.9)

- ケーラーポテンシャル,

$$K = -\ln(S + \bar{S}) - \ln(T_i + \bar{T}_i) - \ln(U_i + \bar{U}_i)$$

- Eブレーンにより生成されるスーパーポテンシャル,

$$\begin{aligned} W_{np} &= A_1 e^{-2\pi T_3} + A_5 e^{-2\pi \langle S \rangle} \\ \Rightarrow (1 + 4\pi\tau_3) e^{-2\pi\tau_3} &= -A_5 e^{-2\pi \langle S \rangle} / A_1 \end{aligned}$$

- 確かに十分大きな値に固定される.

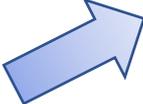
Summery

- 現実的な模型構築とモジュライ固定が両立するかは非自明.
- 実際に toroidal orbifold 上でモジュライ固定と現実的な模型が両立する例を見つけた.
- そのようなパラメータはすべての模型であるわけではない.

- 模型には hidden sector がある (例; SUSY sector)
- それでも実現できるのか？
- あるいはそこから低エネルギー有効理論への制限や予言を出せないか？

Thank you!

上手い例 : MSSM-like model on D7-brane

	T^2	T^2	T^2	
$D7_A$	✓	×	✓	
$D7_B$	✓	✓	×	

$$U(4)_A \times U(4)_B$$

Table 3: The configuration of two stacks of D7-branes is shown. A symbol “✓” means that D-branes wrap T^2 , and another one “×” expresses that D-branes are localized at a fixed point on T^2 .

$$M_A^{(1)} = \begin{pmatrix} -5 \times \mathbf{1}_3 & 0 \\ 0 & -4 \times \mathbf{1}_1 \end{pmatrix}, \quad M_A^{(3)} = \begin{pmatrix} 5 \times \mathbf{1}_3 & 0 \\ 0 & 4 \times \mathbf{1}_1 \end{pmatrix},$$

$$SU(3) \times U(1)$$

$$M_B^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \times \mathbf{1}_3 & 0 \\ 0 & -12 \times \mathbf{1}_2 \end{pmatrix}, \quad M_B^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \times \mathbf{1}_2 & 0 \\ 0 & 1 \times \mathbf{1}_2 \end{pmatrix}.$$

$$P_A = P_B = P'_A = \mathbf{1}_4 \text{ and } P'_B = -\mathbf{1}_4 \quad U(2) \times U(2)$$



$$\Phi_1^B = \begin{pmatrix} 0 & H \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2^{AB} = \begin{pmatrix} Q_L & 0 \\ L_L & 0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_3^{BA} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Q_R & L_R \end{pmatrix},$$

D-brane instantons in D7-brane models

一部の D7-brane が覆っていないトーラスがあるので割と簡単にできる。