Naturalness, Conformal Symmetry and Duality

当初の
タイトル

Y.K., "Naturalness, conformal symmetry and duality," to appear in *Prog. Theor. Exp. Phys.* arXiv:1308.5069 [hep-ph]

信州大学理学部
川村嘉春
@京都産業大学
2013年11月18日

「自然さ」と「ゲージ階層性」を巡って

信州大学理学部
川村嘉春
＠京都産業大学
2013年11月18日

内容

1．はじめに（標準模型を超える物理を知るためのヒント）

2．自然さを巡って

（自然さ，スケール不変性，双対性）

3．ゲージ階層性を巡って

（ゲージ階層性，超対称性，フェルミ的対称性）

4．結論（まとめ，課題）

【参考論文】

1．はじめに　＆　4．結論

Y.K., “Terascale remnants of unification and supersymmetry at the Planck scale”, *Prog. Theor. Exp. Phys.* 8, 081B01, (2013) arXiv:1304.7885 [hep-ph]

2．自然さを巡って

Y.K., “Naturalness, conformal symmetry and duality”, to appear in *Prog. Theor. Exp. Phys.* arXiv:1308.5069 [hep-ph]

3．ゲージ階層性を巡って

Y.K., “Gauge Hierarchy Problem, Supersymmetry and Fermionic Symmetry”, arXiv:1311.2365 [hep-ph]

【今回の話の主題】

標準模型の背後に興味深い物理が潜んでいる可能性がある！

1．はじめに

〈知りたいこと〉

標準模型を超える物理

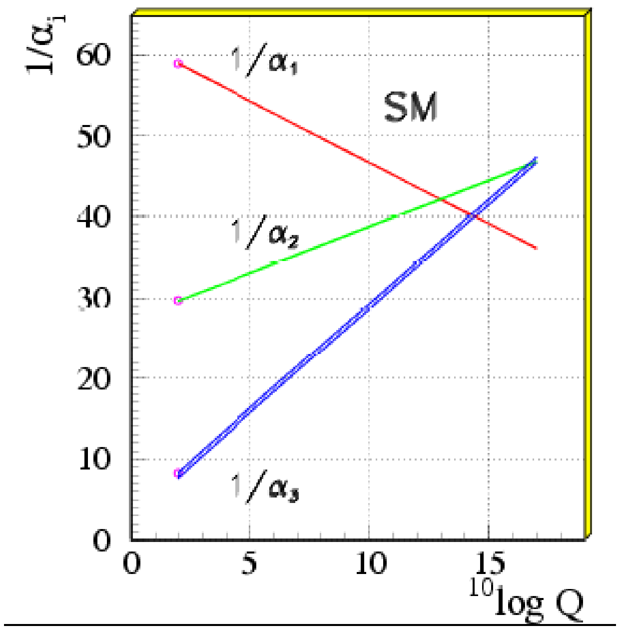
〈まともな戦略〉

様々な実験結果をヒントにする。

以下で，3つの実験事実に基づいて推論する。

ヒント（その１）

ゲージ結合定数の精密測定 @ LEP



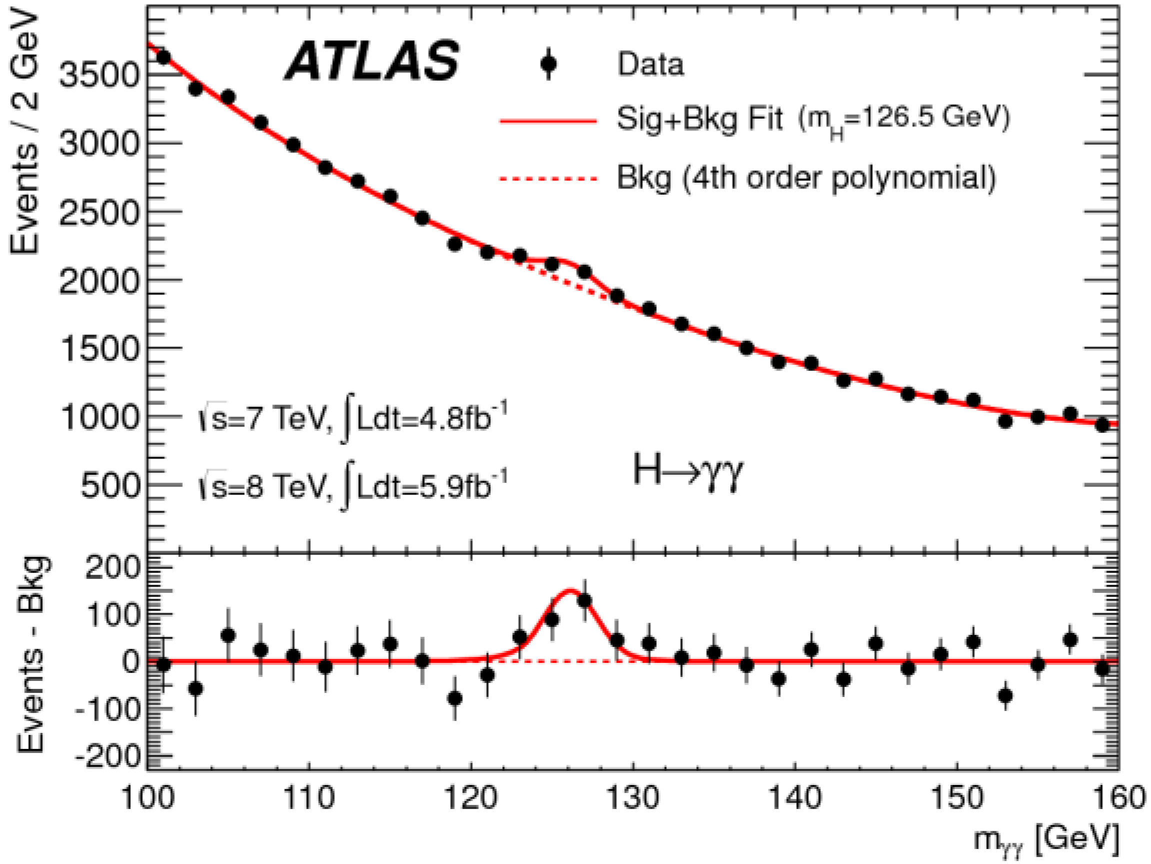
PDGのHPより

【期待】新粒子の出現により，ある高エネルギースケール M_U で，ゲージ結合定数が一致するのでは。

「力の大統一」のためには，新粒子が必要！

ヒント（その２）

ヒッグス粒子の発見 @ LHC



$$m_h \simeq 126\,\mathrm{GeV}$$

ヒント（その２）

ヒッグス粒子の発見 @ LHC

$m_h \simeq 126\,\mathrm{GeV}$ が意味するものは？

標準模型によると,

$$m_h = \sqrt{2\lambda}\,\mathrm{v} \qquad \mathrm{v} \simeq 246\,\mathrm{GeV}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda \simeq 0.131$$

注意：電弱スケールでの値

Vacuum stability bound

$$\frac{d\lambda}{d\ln E} = \frac{1}{16\pi^2}\Big[24\lambda^2 - \left(3g'^2 + 9g^2 - 12f_t^{\,2}\right)\lambda + \frac{3}{8}g'^4 + \frac{3}{4}g'^2 g^2 + \frac{9}{8}g^4 - 6f_t^{\,4} + \cdots\Big]$$

$$f_t \cong 1 \qquad \lambda \cong 0.131$$

M_{Pl} までにλの値が負になってしまう。

➔ 真空が不安定

【期待】新粒子が救世主になるかも。

ヒント（その３）

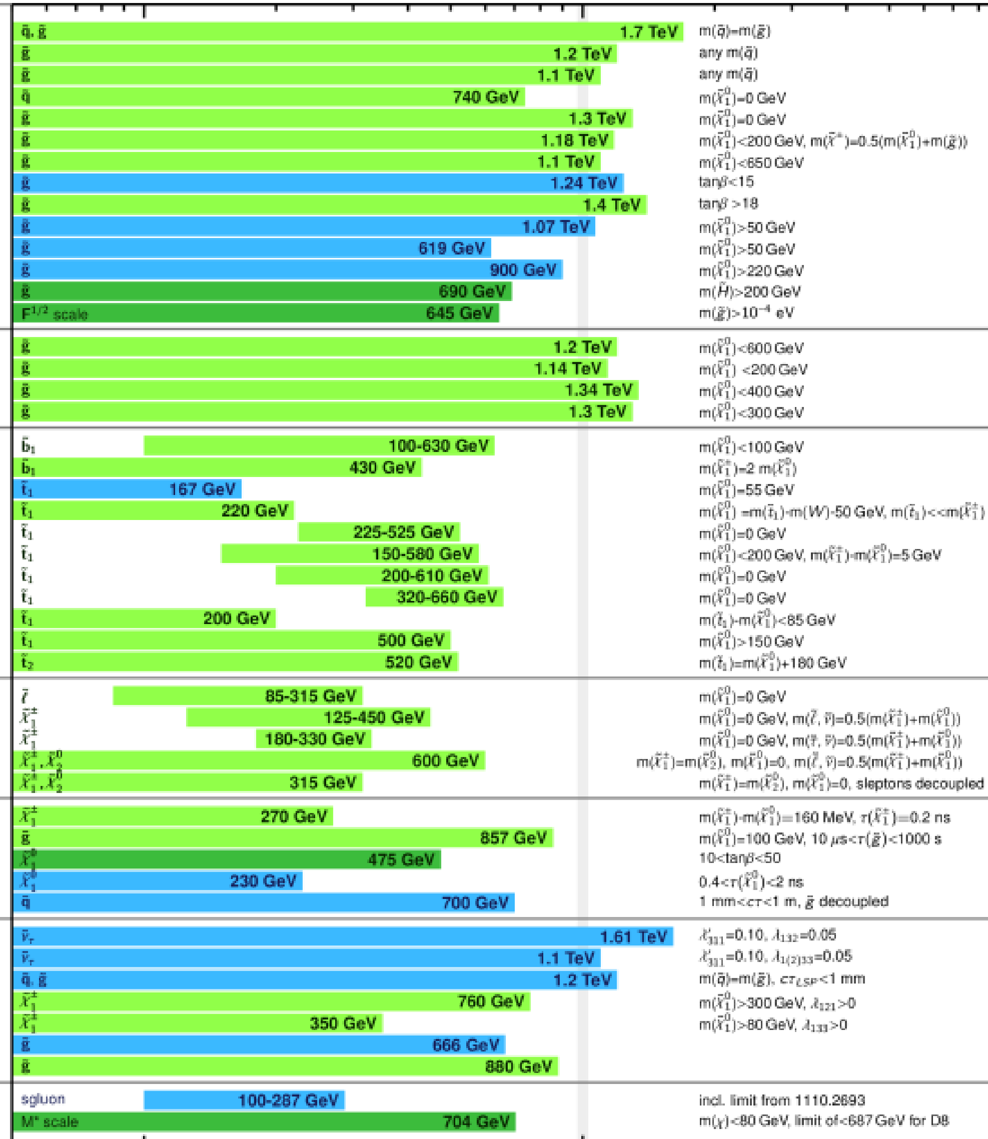
スーパーパートナーが未発見 @ LHC

ATLAS SUSY Searches* - 95% CL Lower Limits

Status: EPS 2013

ATLAS Preliminary

$\int \mathcal{L}\, dt = (4.4 - 22.9)$ fb^{-1} $\sqrt{s} = 7, 8$ TeV



	Model	e, μ, τ, γ	Jets	E_T^{miss}	$\int \mathcal{L}\, dt$[fb^{-1}]		Mass limit		Reference
Inclusive Searches	MSUGRA/CMSSM	0	2-6 jets	Yes	20.3	$\tilde{q}, \tilde{g}$	1.7 TeV	$m(\tilde{q})=m(\tilde{g})$	ATLAS-CONF-2013-047
	MSUGRA/CMSSM	1 e, μ	3-6 jets	Yes	20.3	$\tilde{g}$	1.2 TeV	any $m(\tilde{q})$	ATLAS-CONF-2013-062
	MSUGRA/CMSSM	0	7-10 jets	Yes	20.3	$\tilde{g}$	1.1 TeV	any $m(\tilde{q})$	ATLAS-CONF-2013-054
	$\tilde{q}\tilde{q}, \tilde{q}\to q\tilde{\chi}_1^0$	0	2-6 jets	Yes	20.3	$\tilde{q}$	740 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=0 GeV	ATLAS-CONF-2013-047
	$\tilde{g}\tilde{g}, \tilde{g}\to q\bar{q}\tilde{\chi}_1^0$	0	2-6 jets	Yes	20.3	$\tilde{g}$	1.3 TeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=0 GeV	ATLAS-CONF-2013-047
	$\tilde{g}\tilde{g}, \tilde{g}\to qq\tilde{\chi}_1^\pm\to qqW^\pm\tilde{\chi}_1^0$	1 e, μ	3-6 jets	Yes	20.3	$\tilde{g}$	1.18 TeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$<200 GeV, $m(\tilde{\chi}^\pm)$=0.5($m(\tilde{\chi}_1^0)+m(\tilde{g})$)	ATLAS-CONF-2013-062
	$\tilde{g}\tilde{g}\to qqqq\ell\ell(\ell\ell)\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0$	2 e, μ (SS)	3 jets	Yes	20.7	$\tilde{g}$	1.1 TeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$<650 GeV	ATLAS-CONF-2013-007
	GMSB ($\tilde{\ell}$ NLSP)	2 e, μ	2-4 jets	Yes	4.7	$\tilde{g}$	1.24 TeV	$\tan\beta$<15	1208.4688
	GMSB ($\tilde{\ell}$ NLSP)	1-2 τ	0-2 jets	Yes	20.7	$\tilde{g}$	1.4 TeV	$\tan\beta$ >18	ATLAS-CONF-2013-026
	GGM (bino NLSP)	2 γ	0	Yes	4.8	$\tilde{g}$	1.07 TeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$>50 GeV	1209.0753
	GGM (wino NLSP)	1 $e, \mu + \gamma$	0	Yes	4.8	$\tilde{g}$	619 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$>50 GeV	ATLAS-CONF-2012-144
	GGM (higgsino-bino NLSP)	γ	1 b	Yes	4.8	$\tilde{g}$	900 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$>220 GeV	1211.1167
	GGM (higgsino NLSP)	2 e, μ (Z)	0-3 jets	Yes	5.8	$\tilde{g}$	690 GeV	$m(\tilde{H})$>200 GeV	ATLAS-CONF-2012-152
	Gravitino LSP	0	mono-jet	Yes	10.5	$F^{1/2}$ scale	645 GeV	$m(\tilde{g})>10^{-4}$ eV	ATLAS-CONF-2012-147
3rd gen. $\tilde{g}$ med.	$\tilde{g}\to b\bar{b}\tilde{\chi}_1^0$	0	3 b	Yes	20.1	$\tilde{g}$	1.2 TeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$<600 GeV	ATLAS-CONF-2013-061
	$\tilde{g}\to t\bar{t}\tilde{\chi}_1^0$	0	7-10 jets	Yes	20.3	$\tilde{g}$	1.14 TeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$ <200 GeV	ATLAS-CONF-2013-054
	$\tilde{g}\to t\bar{t}\tilde{\chi}_1^0$	0-1 e, μ	3 b	Yes	20.1	$\tilde{g}$	1.34 TeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$<400 GeV	ATLAS-CONF-2013-061
	$\tilde{g}\to b\bar{t}\tilde{\chi}_1^+$	0-1 e, μ	3 b	Yes	20.1	$\tilde{g}$	1.3 TeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$<300 GeV	ATLAS-CONF-2013-061
3rd gen. squarks direct production	$\tilde{b}_1\tilde{b}_1, \tilde{b}_1\to b\tilde{\chi}_1^0$	0	2 b	Yes	20.1	$\tilde{b}_1$	100-630 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$<100 GeV	ATLAS-CONF-2013-053
	$\tilde{b}_1\tilde{b}_1, \tilde{b}_1\to t\tilde{\chi}_1^\pm$	2 e, μ (SS)	0-3 b	Yes	20.7	$\tilde{b}_1$	430 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^\pm)$=2 $m(\tilde{\chi}_1^0)$	ATLAS-CONF-2013-007
	$\tilde{t}_1\tilde{t}_1$(light), $\tilde{t}_1\to b\tilde{\chi}_1^\pm$	1-2 e, μ	1-2 b	Yes	4.7	$\tilde{t}_1$	167 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=55 GeV	1208.4305, 1209.2102
	$\tilde{t}_1\tilde{t}_1$(light), $\tilde{t}_1\to Wb\tilde{\chi}_1^0$	2 e, μ	0-2 jets	Yes	20.3	$\tilde{t}_1$	220 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$ =$m(\tilde{t}_1)$-$m(W)$-50 GeV, $m(\tilde{t}_1)$<<$m(\tilde{\chi}_1^\pm)$	ATLAS-CONF-2013-048
	$\tilde{t}_1\tilde{t}_1$(medium), $\tilde{t}_1\to t\tilde{\chi}_1^0$	2 e, μ	2 jets	Yes	20.3	$\tilde{t}_1$	225-525 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=0 GeV	ATLAS-CONF-2013-065
	$\tilde{t}_1\tilde{t}_1$(medium), $\tilde{t}_1\to b\tilde{\chi}_1^\pm$	0	2 b	Yes	20.1	$\tilde{t}_1$	150-580 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$<200 GeV, $m(\tilde{\chi}_1^\pm)$-$m(\tilde{\chi}_1^0)$=5 GeV	ATLAS-CONF-2013-053
	$\tilde{t}_1\tilde{t}_1$(heavy), $\tilde{t}_1\to t\tilde{\chi}_1^0$	1 e, μ	1 b	Yes	20.7	$\tilde{t}_1$	200-610 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=0 GeV	ATLAS-CONF-2013-037
	$\tilde{t}_1\tilde{t}_1$(heavy), $\tilde{t}_1\to t\tilde{\chi}_1^0$	0	2 b	Yes	20.5	$\tilde{t}_1$	320-660 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=0 GeV	ATLAS-CONF-2013-024
	$\tilde{t}_1\tilde{t}_1, \tilde{t}_1\to c\tilde{\chi}_1^0$	0	mono-jet/c-tag	Yes	20.3	$\tilde{t}_1$	200 GeV	$m(\tilde{t}_1)$-$m(\tilde{\chi}_1^0)$<85 GeV	ATLAS-CONF-2013-068
	$\tilde{t}_1\tilde{t}_1$(natural GMSB)	2 e, μ (Z)	1 b	Yes	20.7	$\tilde{t}_1$	500 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$>150 GeV	ATLAS-CONF-2013-025
	$\tilde{t}_2\tilde{t}_2, \tilde{t}_2\to\tilde{t}_1 + Z$	3 e, μ (Z)	1 b	Yes	20.7	$\tilde{t}_2$	520 GeV	$m(\tilde{t}_1)$=$m(\tilde{\chi}_1^0)$+180 GeV	ATLAS-CONF-2013-025
EW direct	$\tilde{\ell}_{L,R}\tilde{\ell}_{L,R}, \tilde{\ell}\to\ell\tilde{\chi}_1^0$	2 e, μ	0	Yes	20.3	$\tilde{\ell}$	85-315 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=0 GeV	ATLAS-CONF-2013-049
	$\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-, \tilde{\chi}_1^+\to\tilde{\ell}\nu(\ell\tilde{\nu})$	2 e, μ	0	Yes	20.3	$\tilde{\chi}_1^\pm$	125-450 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=0 GeV, $m(\tilde{\ell}, \tilde{\nu})$=0.5($m(\tilde{\chi}_1^\pm)+m(\tilde{\chi}_1^0)$)	ATLAS-CONF-2013-049
	$\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-, \tilde{\chi}_1^+\to\tilde{\tau}\nu(\tau\tilde{\nu})$	2 τ	0	Yes	20.7	$\tilde{\chi}_1^\pm$	180-330 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=0 GeV, $m(\tilde{\tau}, \tilde{\nu})$=0.5($m(\tilde{\chi}_1^\pm)+m(\tilde{\chi}_1^0)$)	ATLAS-CONF-2013-028
	$\tilde{\chi}_1^\pm\tilde{\chi}_2^0\to\tilde{\ell}_L\nu\tilde{\ell}_L\ell(\tilde{\nu}\nu), \ell\tilde{\nu}\tilde{\ell}_L\ell(\tilde{\nu}\nu)$	3 e, μ	0	Yes	20.7	$\tilde{\chi}_1^\pm, \tilde{\chi}_2^0$	600 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^\pm)$=$m(\tilde{\chi}_2^0)$, $m(\tilde{\chi}_1^0)$=0, $m(\tilde{\ell}, \tilde{\nu})$=0.5($m(\tilde{\chi}_1^\pm)+m(\tilde{\chi}_1^0)$)	ATLAS-CONF-2013-035
	$\tilde{\chi}_1^\pm\tilde{\chi}_2^0\to W^*\tilde{\chi}_1^0 Z^*\tilde{\chi}_1^0$	3 e, μ	0	Yes	20.7	$\tilde{\chi}_1^\pm, \tilde{\chi}_2^0$	315 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^\pm)$=$m(\tilde{\chi}_2^0)$, $m(\tilde{\chi}_1^0)$=0, sleptons decoupled	ATLAS-CONF-2013-035
Long-lived particles	Direct $\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-$ prod., long-lived $\tilde{\chi}_1^\pm$	Disapp. trk	1 jet	Yes	20.3	$\tilde{\chi}_1^\pm$	270 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^\pm)$-$m(\tilde{\chi}_1^0)$=160 MeV, $\tau(\tilde{\chi}_1^\pm)$=0.2 ns	ATLAS-CONF-2013-069
	Stable, stopped $\tilde{g}$ R-hadron	0	1-5 jets	Yes	22.9	$\tilde{g}$	857 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$=100 GeV, 10 μs<$\tau(\tilde{g})$<1000 s	ATLAS-CONF-2013-057
	GMSB, stable $\tilde{\tau}, \tilde{\chi}_1^0\to\tilde{\tau}(\tilde{e}, \tilde{\mu})+\tau(e, \mu)$	1-2 μ	0	-	15.9	$\tilde{\chi}_1^0$	475 GeV	10<$\tan\beta$<50	ATLAS-CONF-2013-058
	GMSB, $\tilde{\chi}_1^0\to\gamma\tilde{G}$, long-lived $\tilde{\chi}_1^0$	2 γ	0	Yes	4.7	$\tilde{\chi}_1^0$	230 GeV	0.4<$\tau(\tilde{\chi}_1^0)$<2 ns	1304.6310
	$\tilde{\chi}_1^0\to qq\mu$ (RPV)	1 μ	0	Yes	4.4	$\tilde{q}$	700 GeV	1 mm<$c\tau$<1 m, $\tilde{g}$ decoupled	1210.7451
RPV	LFV $pp\to\tilde{\nu}_\tau + X, \tilde{\nu}_\tau\to e + \mu$	2 e, μ	0	-	4.6	$\tilde{\nu}_\tau$	1.61 TeV	λ'_{311}=0.10, λ_{132}=0.05	1212.1272
	LFV $pp\to\tilde{\nu}_\tau + X, \tilde{\nu}_\tau\to e(\mu) + \tau$	1 $e, \mu + \tau$	0	-	4.6	$\tilde{\nu}_\tau$	1.1 TeV	λ'_{311}=0.10, $\lambda_{1(2)33}$=0.05	1212.1272
	Bilinear RPV CMSSM	1 e, μ	7 jets	Yes	4.7	$\tilde{q}, \tilde{g}$	1.2 TeV	$m(\tilde{q})$=$m(\tilde{g})$, $c\tau_{LSP}$<1 mm	ATLAS-CONF-2012-140
	$\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-, \tilde{\chi}_1^+\to W\tilde{\chi}_1^0, \tilde{\chi}_1^0\to ee\tilde{\nu}_\mu, e\mu\tilde{\nu}_e$	4 e, μ	0	Yes	20.7	$\tilde{\chi}_1^\pm$	760 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$>300 GeV, λ_{121}>0	ATLAS-CONF-2013-036
	$\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-, \tilde{\chi}_1^+\to W\tilde{\chi}_1^0, \tilde{\chi}_1^0\to\tau\tau\tilde{\nu}_e, e\tau\tilde{\nu}_\tau$	3 $e, \mu + \tau$	0	Yes	20.7	$\tilde{\chi}_1^\pm$	350 GeV	$m(\tilde{\chi}_1^0)$>80 GeV, λ_{133}>0	ATLAS-CONF-2013-036
	$\tilde{g}\to qqq$	0	6 jets	-	4.6	$\tilde{g}$	666 GeV		1210.4813
	$\tilde{g}\to\tilde{t}_1 t, \tilde{t}_1\to bs$	2 e, μ (SS)	0-3 b	Yes	20.7	$\tilde{g}$	880 GeV		ATLAS-CONF-2013-007
Other	Scalar gluon	0	4 jets	-	4.6	sgluon	100-287 GeV	incl. limit from 1110.2693	1210.4826
	WIMP interaction (D5, Dirac χ)	0	mono-jet	Yes	10.5	M* scale	704 GeV	$m(\chi)$<80 GeV, limit of<687 GeV for D8	ATLAS-CONF-2012-147

10^{-1} 1 **Mass scale [TeV]**

$\sqrt{s}$ = 7 TeV full data | $\sqrt{s}$ = 8 TeV partial data | $\sqrt{s}$ = 8 TeV full data

*Only a selection of the available mass limits on new states or phenomena is shown. All limits quoted are observed minus 1σ theoretical signal cross section uncertainty.

ヒント（その３）

スーパーパートナーが未発見 @ LHC

Kaluza-Klein粒子も未発見 @ LHC

➔ 標準模型を超える物理の兆候が見えていない @ LHC

➔ 「２次発散の問題」，「ゲージ階層性の問題」の再検討が迫られる!?

【2次発散の問題】

$$\delta m_h^2 = \boxed{C_h \Lambda^2} + C_h' m_h^2 \ln \Lambda^2 / m_h^2 + \cdots$$

Λ：理論の適用限界のスケール

$\sqrt{C_h}\Lambda >> m_h$ ならば、微調整が必要で不自然？？

微調整が必要でないためには,

$$C_h \approx 0 \quad \text{and/or} \quad \Lambda \leq O(1)\text{TeV}$$

$$\delta m_h^2 = C_h \Lambda^2 + C_h' m_h^2 \ln \Lambda^2 / m_h^2 + \cdots$$

1 ループレベルで

$$C_h = \frac{1}{16\pi^2}\left(6\lambda + \frac{9}{4}g^2 + \frac{3}{4}g'^2 - 6y_t^2\right)$$

$$= \frac{3}{16\pi^2 \mathrm{v}^2}\left(m_h^2 + 2M_W^2 + M_Z^2 - 4m_t^2\right)$$

$$C_h = 0 \Rightarrow m_h^2 = 4m_t^2 - 2M_W^2 - M_Z^2$$

（Veltman condition）

$$\delta m_h^2 = C_h \Lambda^2 + C'_h m_h^2 \ln \Lambda^2 \Big/ m_h^2 + \cdots$$

1 ループレベルで

$$C_h = \frac{1}{16\pi^2}\left(6\lambda + \frac{9}{4}g^2 + \frac{3}{4}g'^2 - 6y_t^2\right)$$

$$= \frac{3}{16\pi^2 \mathrm{v}^2}\left(m_h^2 + 2M_W^2 + M_Z^2 - 4m_t^2\right)$$

$$C_h = 0\Big|_{M_Z} \Rightarrow m_h \cong 320\mathrm{GeV}$$

$$C_h \approx 0\Big|_{M_{\mathrm{Pl}}}$$

Y. Hamada, H. Kawai, & K. Oda,
Phys. Rev. D**87**, 053009 (2013)

$$\delta m_h^2 = C_h \Lambda^2 + C_h' m_h^2 \ln \Lambda^2 / m_h^2 + \cdots$$

$$C_h = \frac{1}{16\pi^2}\left(6\lambda + \frac{9}{4}g^2 + \frac{3}{4}g'^2 - 6y_t^2\right)$$
$$= \frac{3}{16\pi^2 \mathrm{v}^2}\left(m_h^2 + 2M_W^2 + M_Z^2 - 4m_t^2\right)$$

$\Lambda \leq O(1)\mathrm{TeV}$

➔New Physics @ Terascale

候補： SUSY, Extra Dimensions, Compositeness, …

$$\delta m_h^2 = C_h \Lambda^2 + C'_h m_h^2 \ln \Lambda^2 / m_h^2 + \cdots$$

$$C_h = \frac{1}{16\pi^2}\left(6\lambda + \frac{9}{4}g^2 + \frac{3}{4}g'^2 - 6y_t^2\right)$$

$$= \frac{3}{16\pi^2 \mathrm{v}^2}\left(m_h^2 + 2M_W^2 + M_Z^2 - 4m_t^2\right)$$

$\Lambda \leq O(1)\mathrm{TeV}$

➔New Physics @ Terascale

New Physicsの兆候がないために問題が再発？

【ゲージ階層性の問題】

仮に２次発散が除去されたとしても,

$$\delta m_h^2 = C'_h m_h^2 \ln \Lambda^2 \big/ m_h^2 + \sum_k \boxed{C''_h M_k^2} \ln \Lambda^2 \big/ M_k^2 + \cdots$$

標準模型を超える重い粒子の寄与

$C''_h M_k^2 >> m_h^2$ ならば、微調整が必要で不自然？？

大統一理論における深刻な問題

➔ 超対称性による相殺？

$$\delta m_h^2 = C'_h m_h^2 \ln \Lambda^2 \Big/ m_h^2 + \sum_k \boxed{C''_h M_k^2} \ln \Lambda^2 \Big/ M_k^2 + \cdots$$

微調整の必要がないためには,

$$C''_h \approx 0 \quad \text{and/or} \quad M_k \leq O(1)\text{TeV}$$

あるいは，ミラクル $\sum_k C''_h M_k^2 \ln \Lambda^2 \Big/ M_k^2 = 0\,?$

$$M_k \leq O(1)\text{TeV}$$

➔ ミラクルが関与しない新粒子があるとすれば，テラスケールの辺り。

【様々な実験結果からわかったこと】

（その１）ゲージ結合定数の精密測定

力の大統一 ➔ 新粒子の存在

（その２）ヒッグス粒子の質量

真空の安定性 ➔ 新粒子の存在

（その３）New physicsの兆候が見えていない。

ミラクルが関与しない

ゲージ階層性の問題 ➔ 新粒子が存在するとすれば，テラスケール

【代替案(シナリオ)】

標準模型＋テラスケールの新粒子

スーパーパートナーはない!

↓ 大砂漠

基礎理論＠プランクスケールM_{Pl}

M_{Pl}で力の大統一，超対称性が実現!

このシナリオの土台をもっとしっかりするためには，「2次発散の問題」と「ゲージ階層性の問題」をクリアする必要がある。

【代替案(シナリオ)】

標準模型＋テラスケールの新粒子
スーパーパートナーはない!

↓　大砂漠

基礎理論＠プランクスケールM_{Pl}
M_{Pl}で力の大統一，超対称性が実現!

「２次発散の問題」
➔ ２章のテーマ

M_{Pl}での「ゲージ階層性の問題」
➔ ３章のテーマ

【2次発散の問題】

$$\delta m_h^2 = \boxed{C_h \Lambda^2} + C_h' m_h^2 \ln \Lambda^2 / m_h^2$$

$$+ \boxed{\sum_k C_h'' M_k^2 \ln \Lambda^2 / M_k^2} + \cdots$$

【ゲージ階層性の問題】

２．自然さを巡って

２次発散の問題を再考する。

- 「自然さ」とは 復習
- 自然さ と スケール不変性 復習
- 自然さ と 双対性

Y.K., "Naturalness, conformal symmetry and duality", to appear in *Prog. Theor. Exp. Phys.* arXiv:1308.5069 [hep-ph]

・「自然さ」とは

復習

次のドグマに基づく概念　G. ’t Hooft, (1979)

“任意のスケール μ で，パラメータの値をゼロにしたとき、つまり、$a_i(\mu)=0$ のとき、系の対称性が増大するならば、$a_i(\mu)$ の値として極めて小さな値が許される。”

$$\delta a = a\,h(\Lambda^2) + \cancel{k(\Lambda^2)}$$

対称性により

・「自然さ」とは

次のドグマに基づく概念

G. ’t Hooft, (1979)

“任意のスケール μ で, パラメータの値をゼロにしたとき、つまり、$a_i(\mu)=0$ のとき、系の対称性が増大するならば、$a_i(\mu)$ の値として極めて小さな値が許される。”

$$\delta a = a\, h(\Lambda^2)$$

このような性質を有するパラメータを「自然なパラメータ」と呼ぶ。

（代表例）電子の質量　m_e

$m_e \to 0$ でカイラル対称性が成立。

$$\psi_L \to e^{i\theta_L}\psi_L,\quad \psi_R \to e^{i\theta_R}\psi_R$$
$$\left(\theta_L, \theta_R : \text{独立な実定数}\right)$$

$\theta_L = -\theta_R$ に対して

$$\left\langle \partial_\mu j_A^\mu \right\rangle = 2i\left(m_e + \delta m_e\right)\left(\psi_L^\dagger \psi_R - \psi_R^\dagger \psi_L\right) + \frac{e^2}{16\pi^2}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\mu\nu}F^{\alpha\beta}$$

$$\delta m_e = \frac{3\alpha}{4\pi} m_e \left(\ln \frac{\Lambda^2}{m_e^2} + \frac{1}{2} \right)$$

$m_e \to 0$ で $\delta m_e \to 0$

カイラル対称性が量子補正を制御！

（補足）

$m_e \to 0$ でスケール不変性が成立。

$$\psi_L \to e^{\rho/2}\psi_L, \quad \psi_R \to e^{\rho/2}\psi_R$$
$(\rho : \text{実定数})$

$$\left\langle T^{\mu}_{\mu} \right\rangle = 2\left(m_e + \delta m_e\right)\left(\psi^{\dagger}_L \psi_R + \psi^{\dagger}_R \psi_L\right) + \frac{\beta_\alpha}{\alpha} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

$$\delta m_e = \frac{3\alpha}{4\pi} m_e \left(\ln \frac{\Lambda^2}{m_e^2} + \frac{1}{2} \right)$$

$m_e \to 0$ で $\delta m_e \to 0$

・自然さとスケール不変性

復習

スカラー粒子の質量 m_ϕ は自然なパラメータか？

$m_\phi \to 0$ でスケール不変性が成立？

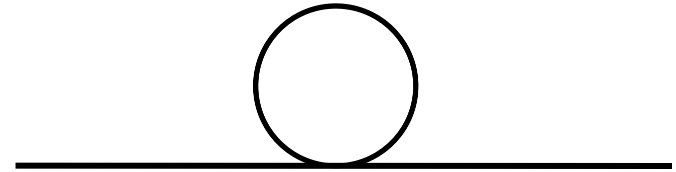
$$\left\langle T^{\mu}_{\mu} \right\rangle = 2\left(m_\phi^2 + \delta m_\phi^2\right)\phi^2 + \sum_k \beta_k O_k$$

O_k :結合定数a_kに関する次元４の演算子

$$m_\phi^2 \to 0 \text{ で } \delta m_\phi^2 \to 0 \text{ か？}$$

$$\delta m_\phi^2 \propto m_\phi^2 \text{ か？}$$

ϕ^4 理論で

$$\delta m_\phi^2 =$$ 

λ_ϕ

$$\delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d^4 p}{(2\pi)^4}\frac{1}{p^2+m_\phi^2} = \frac{\lambda_\phi}{2}\frac{\pi^2}{(2\pi)^4}\int_0^{\infty}\frac{p^2 dp^2}{p^2+m_\phi^2}$$

$$= \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\left(\int_0^{\infty} dp^2 - m_\phi^2\int_0^{\infty}\frac{dp^2}{p^2+m_\phi^2}\right)$$

正則化

$$= \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\left(\int_0^{\Lambda^2-m_\phi^2} dp^2 - m_\phi^2\int_0^{\Lambda^2-m_\phi^2}\frac{dp^2}{p^2+m_\phi^2}\right)$$

$$= \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\left(\Lambda^2 - m_\phi^2 - m_\phi^2 \ln\frac{\Lambda^2}{m_\phi^2}\right)$$

$$\delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\left(\Lambda^2 - m_\phi^2 - m_\phi^2 \ln\frac{\Lambda^2}{m_\phi^2}\right)$$

ずっと，言われてきたこと

$$m_\phi^2 \to 0 \text{ で } \delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\Lambda^2 \neq 0$$

となり，スケール不変性が回復しないため　m_ϕ は自然なパラメータではない。これが「２次発散の問題」の根源!?

果たしてそうなのか？

【バーディーンによる推論】

W. A. Bardeen, (1995) 御岳での SI にて

スケール不変性の破れ

$$\left\langle T^{\mu}_{\mu} \right\rangle = m_h^2 + \delta m_h^2 + \sum_k \beta_k O_k$$

$m_h^2 \to 0,\ \beta_k \to 0$ で古典的なスケール不変性が回復するはず。

$$\delta m_h^2 = \cancel{C\Lambda^2} + C' m_h^2 \ln \Lambda^2 \big/ m_h^2 + \cdots$$

このような結果を導く計算方法が妥当。

正則化には不定性が潜んでいる。

- 次元正則化において2次発散は現れない。

$$\delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2} m_\phi^2 \left(-\frac{2}{\varepsilon} + \gamma - 1 + \cdots \right)$$

- 引き算による繰り込み法の提案

K. Fujikawa,
Phys. Rev. D83, 105012（2011）

- ウィルソン流繰り込み群の観点からの２次発散の除去

H. Aoki & S. Iso,
Phys. Rev. D86, 013001（2012）

2次発散は正則化に伴う人工物。
➔物理的効果を及ぼさない場合は，
（勝手に）消去可能。

➔根拠として，有効理論におけるスケール不変性が期待されている。

（私には）何か，違和感がある。

・量子補正は基礎理論に関係する？
・基礎理論から見ると有効理論のスケール不変性は2次的な概念では？

2次発散は正則化に伴う人工物。
➔物理的効果を及ぼさない場合は，
（勝手に）消去可能。

➔根拠として，有効理論におけるスケ
ール不変性が期待されている。

（私には）何か，違和感がある。

【予想】量子補正は基礎理論と関係
し，2次発散の消去は基礎理論の特徴
により正当化されるのでは？

・自然さと双対性

【期待】

・2次発散は正則化に伴う人工物。
・物理を考慮すれば，計算法が決まる。
・2次発散の消去も正当化される。

つまり，「場の量子論」において量子補正に現れる紫外発散（の一部）は，高エネルギーの物理を正しく考慮していないことに伴う*「みかけのもの」*

【仮定】

(a) 基本的なスケール Λ を有する
基礎理論が存在する。

(b) 基礎理論には双対性が存在する。

$$物理@E(\geq\Lambda)\ \sim\ 物理@E(\leq\Lambda)$$

(b1) 物理は双対性変換の下で不変。

(b2) 物理はどちらかの領域で記述すれば十分である。

(c) 低エネルギー有効理論にも，Λ に関係する物理量に対して双対性の名残りが存在する。

（例）パラメータ a の量子補正

$$\delta a = \int_0^\infty f(p^2)dp^2$$

p^2：ループを飛ぶ質量ゼロの粒子の（ユークリッド化された）4元運動量の２乗

$p^2 = \infty$ and/or $p^2 = 0$で発散。

通常やることは「正則化」

$$\delta a = \int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)dp^2$$

【我々の方法】

$$\delta a=\int_0^{\infty} f(p^2)dp^2$$ を $$\delta a=\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^4/\mu_0^2} f(p^2)dp^2$$ として

$$\delta a=\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)dp^2+\int_{\Lambda^2}^{\Lambda^4/\mu_0^2} f(p^2)dp^2$$

とする。

$$\left(\xrightarrow[\mu_0^2\to 0]{}\delta a=\int_0^{\infty} f(p^2)dp^2\right)$$

双対性変換で $$\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)dp^2=\int_{\Lambda^2}^{\Lambda^4/\mu_0^2} f(p^2)dp^2$$

が成り立つならば，(b2)より

(b2) 物理はどちらかの領域で記述
すれば十分である。

$$\delta a=\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)dp^2$$

$$\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)dp^2 = \int_{\Lambda^2}^{\Lambda^4/\mu_0^2} f(p^2)dp^2$$

$$\delta a = \int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)dp^2$$ に対して,

双対性変換 $p^2 \to p'^2 = \Lambda^4/p^2$

を要請すると，(b1)より

$$\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)dp^2 = \int_{\Lambda^4/\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p'^2)dp'^2 = \int_{\Lambda^2}^{\Lambda^4/\mu_0^2} f(\Lambda^4/p^2)\frac{\Lambda^4}{p^4}dp^2$$

$f(p^2)$がΛを含まないとき，$f(p^2) = \dfrac{c_{-1}}{p^2}$が解。

このとき，$\delta a = \displaystyle\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} \frac{c_{-1}}{p^2}dp^2 = c_{-1}\ln\frac{\Lambda^2}{\mu_0^2}$

基礎理論では，「双対性」の成立は理論の成否に係わる。

$$\delta a = \left(\text{双対変換の下で不変な項}\right)$$

一方，低エネルギー有効理論では，「双対性の名残り」は隠れていて，理論の成否には係わらない。

$$\delta a = \int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)\,dp^2$$

$$\Rightarrow \left(\text{双対変換の名残りの下で不変な項}\right)$$

取り出す操作

（補足）基礎理論の候補としての弦理論
➔ 世界面上のモジュラー不変性

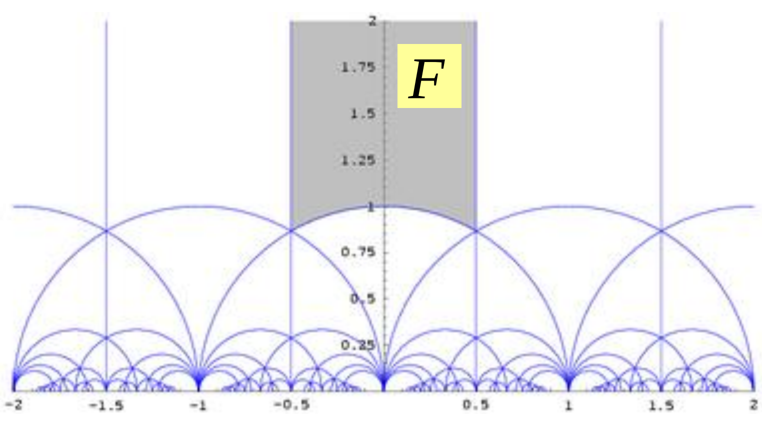
$$\delta a = \int_F \frac{d^2\tau}{\tau_2^2} G(\tau)$$

$$\tau = \tau_1 + i\tau_2$$

$$F = \left\{\tau : \left|\mathrm{Re}\,\tau\right| \le 1/2,\ \ 1 \le \left|\tau\right|\right\}$$

$G(\tau)$: 世界面上のモジュラー不変な関数

$$\tau \to \frac{a\tau + b}{c\tau + d}, \qquad (a, b, c, d \in Z,\ \ ad - bc = 1)$$



$$\left(\tau \to -\frac{1}{\tau},\ \ \tau \to \tau + 1\right)$$

Wikipedia より

$$\delta a = \int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)\,dp^2$$

$\Rightarrow$（双対変換の名残りの下で不変な項）

取り出す操作

Du[*]と表記する。

$f(p^2)$がΛを含まないとき，$f(p^2) = \sum_n c_n \left(p^2\right)^n$

のように展開されたとして，$p^2 \to p'^2 = \Lambda^4 / p^2$

$$\delta a = \mathrm{Du}\left[\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} f(p^2)\,dp^2\right] = \mathrm{Du}\left[\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} \sum_n c_n \left(p^2\right)^n dp^2\right]$$

$$= \int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} \frac{c_{-1}}{p^2}\,dp^2 = c_{-1} \ln \frac{\Lambda^2}{\mu_0^2}$$

スカラー粒子の質量の量子補正

質量がゼロの場合,

$$\delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{1}{p^2} = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^{\infty} dp^2$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^4/\mu_0^2} dp^2 = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_{\mu_0^2}^{\Lambda^2} dp^2 + \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_{\Lambda^2}^{\Lambda^4/\mu_0^2} dp^2$$

$$\Downarrow$$

$$p^2 \to p'^2 = \Lambda^4 / p^2$$

$$\delta m_\phi^2 = \mathrm{Du}\left[\frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^{\infty} dp^2\right] = 0$$

質量がゼロでない場合，以下の方法で解析する。

- Momentum cutoff method
- Proper time method

Momentum cutoff method,

$$\delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\left(\int_0^\infty dp^2 - m_\phi^2 \int_0^\infty \frac{dp^2}{p^2+m_\phi^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\left(\int_0^{\Lambda_\phi^2} dp^2 - m_\phi^2 \int_0^{\Lambda_\phi^2} \frac{dp^2}{p^2+m_\phi^2}\right)$$

$$\Lambda_\phi^2 \equiv \left(\Lambda^4 / m_\phi^2\right) - m_\phi^2$$

$$= \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\left(\int_0^{\Lambda^2-m_\phi^2} dp^2 + \int_{\Lambda^2-m_\phi^2}^{\Lambda_\phi^2} dp^2\right) - \frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2}\left(\int_0^{\Lambda^2-m_\phi^2} \frac{dp^2}{p^2+m_\phi^2} + \int_{\Lambda^2-m_\phi^2}^{\Lambda_\phi^2} \frac{dp^2}{p^2+m_\phi^2}\right)$$

$$\Downarrow \qquad p^2+m_\phi^2 \to \Lambda^4 / \left(p^2+m_\phi^2\right)$$

$$\delta m_\phi^2 = -\frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2}\int_0^{\Lambda^2-m_\phi^2} \frac{dp^2}{p^2+m_\phi^2} = -\frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2} \ln \frac{\Lambda^2}{m_\phi^2}$$

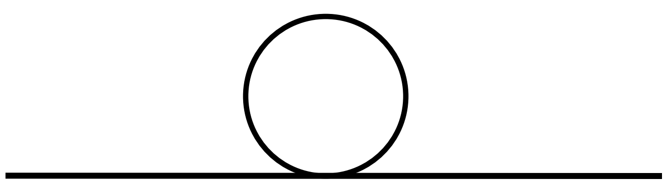
The proper time method,

$$\delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{1}{p^2+m_\phi^2} = \frac{\lambda_\phi}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\int_0^\infty e^{-(p^2+m_\phi^2)t}dt$$

$$= \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^\infty \frac{e^{-m_\phi^2 t}}{t^2}dt$$

t : proper time

$$\Rightarrow \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_{1/\tilde{\Lambda}_\phi^2}^{1/m_\phi^2}\frac{dt}{t^2} - \frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2}\int_{1/\tilde{\Lambda}_\phi^2}^{1/m_\phi^2}\frac{dt}{t} + \frac{\lambda_\phi m_\phi^4}{64\pi^2}\int_{1/\tilde{\Lambda}_\phi^2}^{1/m_\phi^2}dt + \cdots$$



λ_ϕ

$$\tilde{\Lambda}_\phi^2 \equiv \Lambda^4 / m_\phi^2$$

$$\delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_{1/\tilde{\Lambda}_\phi^2}^{1/m_\phi^2}\frac{dt}{t^2} - \frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2}\int_{1/\tilde{\Lambda}_\phi^2}^{1/m_\phi^2}\frac{dt}{t} + \frac{\lambda_\phi m_\phi^4}{32\pi^2}\int_{1/\tilde{\Lambda}_\phi^2}^{1/m_\phi^2} dt + \cdots$$

$$= \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\left(\int_{1/\Lambda^2}^{1/m_\phi^2}\frac{dt}{t^2} + \int_{1/\tilde{\Lambda}_\phi^2}^{1/\Lambda^2}\frac{dt}{t^2}\right) - \frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2}\left(\int_{1/\Lambda^2}^{1/m_\phi^2}\frac{dt}{t} + \int_{1/\tilde{\Lambda}_\phi^2}^{1/\Lambda^2}\frac{dt}{t}\right)$$

$$+ \frac{\lambda_\phi m_\phi^4}{32\pi^2}\left(\int_{1/\Lambda^2}^{1/m_\phi^2} dt + \int_{1/\tilde{\Lambda}_\phi^2}^{1/\Lambda^2} dt\right) + \cdots$$

$$\tilde{\Lambda}_\phi^2 \equiv \Lambda^4 \big/ m_\phi^2$$

$$\Downarrow$$

$$t \to 1/(\Lambda^4 t)$$

$$\delta m_\phi^2 = \mathrm{Du}\left[\frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^\infty \frac{e^{-m_\phi^2 t}}{t^2} dt\right] = -\frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2}\int_{1/\Lambda^2}^{1/m_\phi^2}\frac{dt}{t} = -\frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2}\ln\frac{\Lambda^2}{m_\phi^2}$$

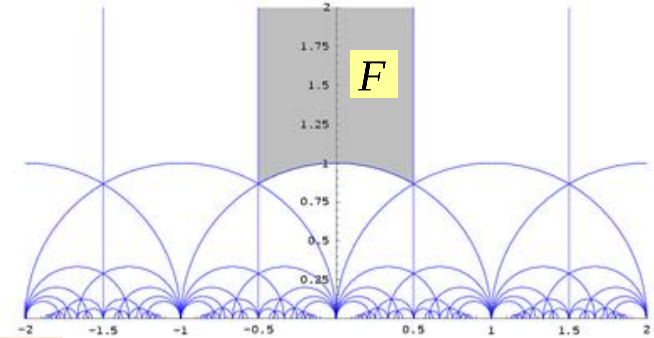
異なる双対変換に対して,

$$\delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^\infty \frac{e^{-m_\phi^2 t}}{t^2}dt = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^\infty d\tau_2 \int_{-1/2}^{1/2} d\tau_1 \frac{\Lambda^2}{\tau_2^2} e^{-\frac{m_\phi^2}{\Lambda^2}\tau_2} dt$$

$$\tau_2 \equiv \Lambda^2 t \qquad \tau = \tau_1 + i\tau_2$$

$$\Downarrow$$

$$\tau \to -\frac{1}{\tau}, \quad \tau \to \tau + 1$$



Wikipedia より

$$\delta m_\phi^2 = \mathrm{Du}\left[\frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^\infty d\tau_2 \int_{-1/2}^{1/2} d\tau_1 \frac{\Lambda^2}{\tau_2^2} e^{-\frac{m_\phi^2}{\Lambda^2}\tau_2} dt\right]$$

$$= \frac{\lambda_\phi \Lambda^2}{32\pi^2}\int_F \frac{d^2\tau}{\tau_2^2} = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\frac{\pi}{2}\Lambda^2$$

$$F = \left\{\tau : \left|\mathrm{Re}\,\tau\right| \le 1/2,\ \ 1 \le \left|\tau\right|\right\}$$

$$\tau \to -\frac{1}{\tau}, \quad \tau \to \tau + 1$$

$$F = \left\{\tau : \left|\mathrm{Re}\,\tau\right| \le 1/2,\ \ 1 \le |\tau|\right\}$$

$$\delta m_\phi^2 = \mathrm{Du}\left[\frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^\infty d\tau_2 \int_{-1/2}^{1/2} d\tau_1 \frac{\Lambda^2}{\tau_2^2} e^{-\frac{m_\phi^2}{\Lambda^2}\tau_2} dt\right] = \frac{\lambda_\phi \Lambda^2}{32\pi^2}\int_F \frac{d^2\tau}{\tau_2^2} = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\frac{\pi}{2}\Lambda^2$$

$$t \to 1/(\Lambda^4 t)$$

不変測度の違いによる

$$\delta m_\phi^2 = \mathrm{Du}\left[\frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^\infty \frac{e^{-m_\phi^2 t}}{t^2} dt\right] = -\frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2}\int_{1/\Lambda^2}^{1/m_\phi^2} \frac{dt}{t} = -\frac{\lambda_\phi m_\phi^2}{32\pi^2}\ln\frac{\Lambda^2}{m_\phi^2}$$

物理的に意味のある値を得るために,
双対変換をうまく選択する必要がある。

究極の理論の対応物との整合性により決まるのでは？

$$\delta m_\phi^2 = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^\infty \frac{e^{-m_\phi^2 t}}{t^2}dt = \frac{\lambda_\phi}{32\pi^2}\int_0^\infty d\tau_2 \int_{-1/2}^{1/2} d\tau_1 \frac{\Lambda^2}{\tau_2^2} e^{-\frac{m_\phi^2}{\Lambda^2}\tau_2} dt$$

$$\tau \to \frac{a\tau + b}{c\tau + d} \quad \Leftarrow \quad \tau \to -\frac{1}{\tau} \quad \& \quad \tau \to \tau + 1$$

$$\tau = \tau_1 + i\tau_2$$

$$\tau_1 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\tau_2 \to \frac{1}{\tau_2}$$

$$\tau_2 \equiv \Lambda^2 t$$

$$\Rightarrow \quad t \to 1/(\Lambda^4 t)$$

Field th. limit

２章のまとめ

・スカラー粒子の質量の２乗の量子補正に現れる２次発散は正則化に伴う人工物である可能性がある。

➔ 繰り込みを行えば，問題なし。

問題ではないとしても，物理が存在すれば重要！➔ 隠れた双対性？

・隠れた双対性を考慮することにより，２次発散を取り除き有限な値を導く計算法を提案した。

３．ゲージ階層性を巡って

ゲージ階層性の問題を再考する。

- 「ゲージ階層性」とは
- ゲージ階層性 と 超対称性
- ゲージ階層性 と フェルミ的対称性

Y.K., "Gauge hierarchy problem, supersymmetry and fermionic symmetry", arXiv:1311.2365 [hep-ph]

【2次発散の問題】

$$\delta m_h^2 = \boxed{C_h \Lambda^2} + C'_h m_h^2 \ln \Lambda^2 / m_h^2$$

$$+ \boxed{\sum_k C''_h M_k^2 \ln \Lambda^2 / M_k^2} + \cdots$$

【ゲージ階層性の問題】

【ゲージ階層性の問題】

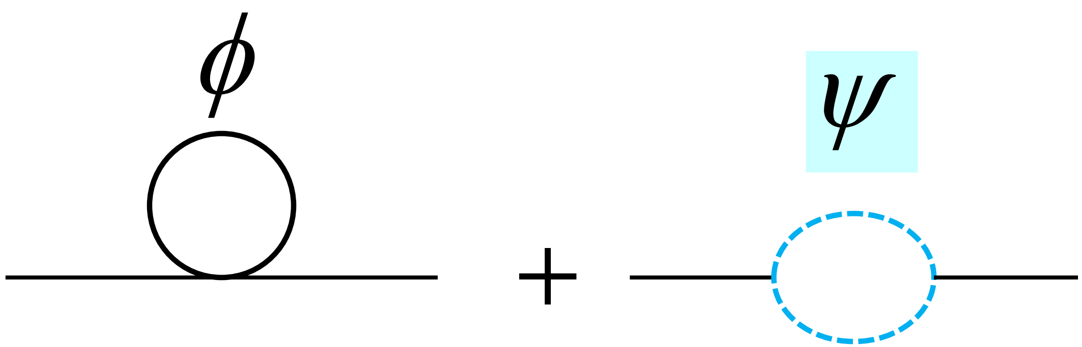
低エネルギーの物理(標準模型)のパラメータの値は，高エネルギーの物理(重い粒子との相互作用)による量子補正の下で安定に保たれるか？

・ゲージ階層性 と 超対称性

ボソン　↔　フェルミオン

ϕ　　**超対称性**　　ψ

$\delta m_\phi^2 =$



$= \ 0$

ボソン $\leftrightarrow$ フェルミオン

超対称性

	ボソン	フェルミオン
massless	ϕ_0	ψ_0
heavy	ϕ_1, ϕ_2	$\left.\begin{matrix}\psi_1 \\ \psi_2\end{matrix}\right\} \Psi$

$$\delta m_{\phi_i}^2 = 0, \ \ \delta m_{\psi_0} = 0, \ \ \delta m_{\Psi} = 0$$

ボソン ⇔ フェルミオン

超対称性

	ボソン	フェルミオン
massless	ϕ_0	$\cancel{\psi_0}$ 手で落としたとする。
heavy	ϕ_1, ϕ_2	$\left.\begin{matrix}\psi_1\\ \psi_2\end{matrix}\right\} \Psi$

$$\delta m^2_{\phi_0}\big|_{1\,\mathrm{loop}} = 0$$

← heavy fields と SUSY 不変に相互作用するため

$$\delta m^2_{\phi_1} - \delta m^2_{\Psi}\big|_{1\,\mathrm{loop}} = O(M^2) \;\rightarrow\; \delta m^2_{\phi_0}\big|_{2\,\mathrm{loop}} = O(M^2)$$

ゲージ階層性問題（の根源・本質）

対称性の高い系
重い粒子の系

➔ 対称性の一部が崩壊！

相互作用

大きな量子補正

対称性の低い系
標準模型

ゲージ階層性問題（の根源・本質）

高エネルギーの物理の構造・特徴を損なわずに，低エネルギーの物理(標準模型)と重い粒子との相互作用を定式化できるか？

***Cf.* 低エネルギーの物理(標準模型)のパラメータの値は，高エネルギーの物理(重い粒子との相互作用)による量子補正の下で安定に保たれるか？**

ゲージ階層性問題（の根源・本質）

対称性の高い系
重い粒子の系

➔ ~~対称性の一部が崩壊！~~

相互作用

~~大きな量子補正~~

対称性の低い系
標準模型

$$\delta m_h^2 = \boxed{C_h \Lambda^2} + C'_h m_h^2 \ln \Lambda^2 / m_h^2 + \boxed{\sum_k C''_h M_k^2 \ln \Lambda^2 / M_k^2} + \cdots$$

【ゲージ階層性の問題】

従来：主に量子補正に注目

今回：高エネルギーの物理の構造・特徴に注目

- ゲージ階層性 と フェルミ的対称性

【仮定】

(a) M_U に基礎理論が存在する。

$\left\{\begin{array}{l} O(M_U) \text{ の質量を持つ重い粒子} \\ \text{質量ゼロの粒子(の物理的な粒子)} \end{array}\right.$ ➔SM＋α

(b) SM+αの背後に未知の特徴Xが存在する。Xを含む有効理論で記述。

(c) 全有効理論 $= X_{\text{heavy}} + X_{\text{light}} + X_{\text{mix}}$

ゲージ階層性の問題は生じない。

(c1) SM＋αのパラメータは量子補正の下で安定。

(c2) 特徴XはSM＋αの物理に影響されずに保持される。Xは何か?

超対称性がヒントになる！

ボソン ⟷ フェルミオン

超対称性

統計性の異なる粒子 → 寄与の相殺

（特徴）　$\left\{Q_\alpha, \overline{Q}_{\dot\alpha}\right\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\dot\alpha} P_\mu$

Q_α -singlet, $\overline{Q}_{\dot\alpha}$ -singlet
$Q_\alpha \Psi(\mathrm{x}) = 0, \quad \overline{Q}_{\dot\alpha} \Psi(x) = 0$
は有り得ない。

$\because P_\mu \Psi(x) = i\partial_\mu \Psi(x) \neq 0$　必ず，対を成す！

Xは新しい対称性 $\left(Q_F,\ Q_F^\dagger\right)$

SM+αの粒子は　Q_F -singlets

重い粒子φは　Q_F -doublets

$\varphi \quad \underset{\left(Q_F,\ Q_F^\dagger\right)}{\longleftrightarrow} \quad$ ？？？

寄与の相殺

➔統計性の異なる粒子？

新しい対称性X $\left(Q_F,\ Q_F^{\dagger}\right)$

SM+αの粒子は　Q_F-singlets

重い粒子φは　Q_F-doublets

$$\varphi \quad \overset{\longleftrightarrow}{\left(Q_F,\ Q_F^{\dagger}\right)} \quad c_{\varphi}$$

ゴースト？

寄与の相殺

➔統計性の異なる粒子？

Toy model

軽い粒子 ϕ — Q_F -singlet

重い粒子 (φ, c_φ) — Q_F -doublet

$$L_T = L_\phi + L_{\varphi,c} + L_{mix}$$

$$L_\phi = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - m_\phi^2 \phi^\dagger \phi - \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2$$

$$L_{\varphi,c} = \partial_\mu \varphi^\dagger \partial^\mu \varphi + \partial_\mu c_\varphi^\dagger \partial^\mu c_\varphi - M_\varphi^2 (\varphi^\dagger \varphi + c_\varphi^\dagger c_\varphi)$$
$$- \lambda_\varphi (\varphi^\dagger \varphi + c_\varphi^\dagger c_\varphi) \bullet (\varphi^\dagger \varphi + c_\varphi^\dagger c_\varphi)$$

非局所相互作用

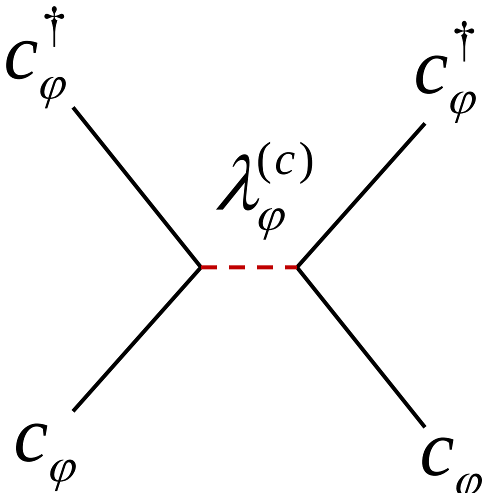
$$L_{mix} = -\lambda' \phi^\dagger \phi (\varphi^\dagger \varphi + c_\varphi^\dagger c_\varphi)$$

$$\tilde{L}_T = L_\phi + \tilde{L}_{\varphi,c} + \tilde{L}_{mix}$$

$$L_\phi = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - m_\phi^2 \phi^\dagger \phi - \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2$$

$$\tilde{L}_{\varphi,c} = \partial_\mu \varphi^\dagger \partial^\mu \varphi + \partial_\mu c_\varphi^\dagger \partial^\mu c_\varphi - M_\varphi^{(\varphi)2} \varphi^\dagger \varphi - M_\varphi^{(c)2} c_\varphi^\dagger c_\varphi$$
$$- \lambda_\varphi^{(\varphi)} \varphi^\dagger \varphi \bullet \varphi^\dagger \varphi - 2\lambda_\varphi^{(\varphi,c)} \varphi^\dagger \varphi \bullet c_\varphi^\dagger c_\varphi - \boxed{\lambda_\varphi^{(c)} c_\varphi^\dagger c_\varphi \bullet c_\varphi^\dagger c_\varphi}$$

$$\tilde{L}_{mix} = -\lambda'^{(\varphi)} \phi^\dagger \phi \, \varphi^\dagger \varphi - \lambda'^{(c)} \phi^\dagger \phi \, c_\varphi^\dagger c_\varphi$$



非局所相互作用

$$-\lambda_\varphi^{(c)} : c_\varphi^\dagger c_\varphi c_\varphi^\dagger c_\varphi : = 0$$

$$(\because {c_\varphi}^2 = 0)$$

量子補正により生じるため，あらかじめ必要。

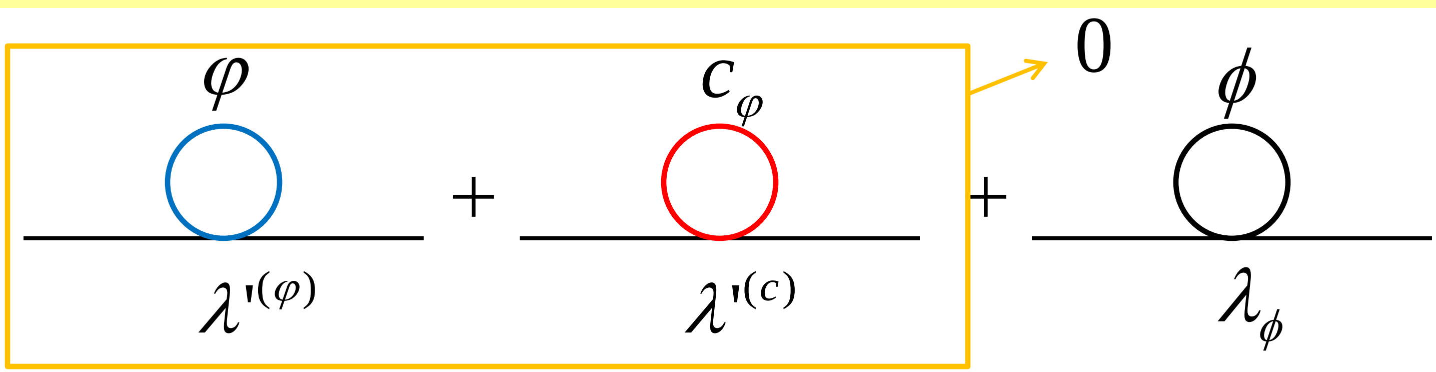
$$\tilde{L}_T = L_\phi + \tilde{L}_{\varphi,c} + \tilde{L}_{mix}$$

$$L_\phi = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - m_\phi^2 \phi^\dagger \phi - \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2$$

$$\tilde{L}_{\varphi,c} = \partial_\mu \varphi^\dagger \partial^\mu \varphi + \partial_\mu c_\varphi^\dagger \partial^\mu c_\varphi - M_\varphi^{(\varphi)2} \varphi^\dagger \varphi - M_\varphi^{(c)2} c_\varphi^\dagger c_\varphi$$
$$- \lambda_\varphi^{(\varphi)} \varphi^\dagger \varphi \bullet \varphi^\dagger \varphi - 2\lambda_\varphi^{(\varphi,c)} \varphi^\dagger \varphi \bullet c_\varphi^\dagger c_\varphi - \lambda_\varphi^{(c)} c_\varphi^\dagger c_\varphi \bullet c_\varphi^\dagger c_\varphi$$

$$\tilde{L}_{mix} = -\lambda'^{(\varphi)} \phi^\dagger \phi \, \varphi^\dagger \varphi - \lambda'^{(c)} \phi^\dagger \phi \, c_\varphi^\dagger c_\varphi$$

$\delta m_\phi^2 =$



$$= -\frac{\lambda_\phi}{4\pi^2} m_\phi^2 \ln \frac{\Lambda^2}{m_\phi^2}$$

$\Leftarrow \lambda'^{(\varphi)} = \lambda'^{(c)}, M_\varphi^{(\varphi)2} = M_\varphi^{(c)2}$

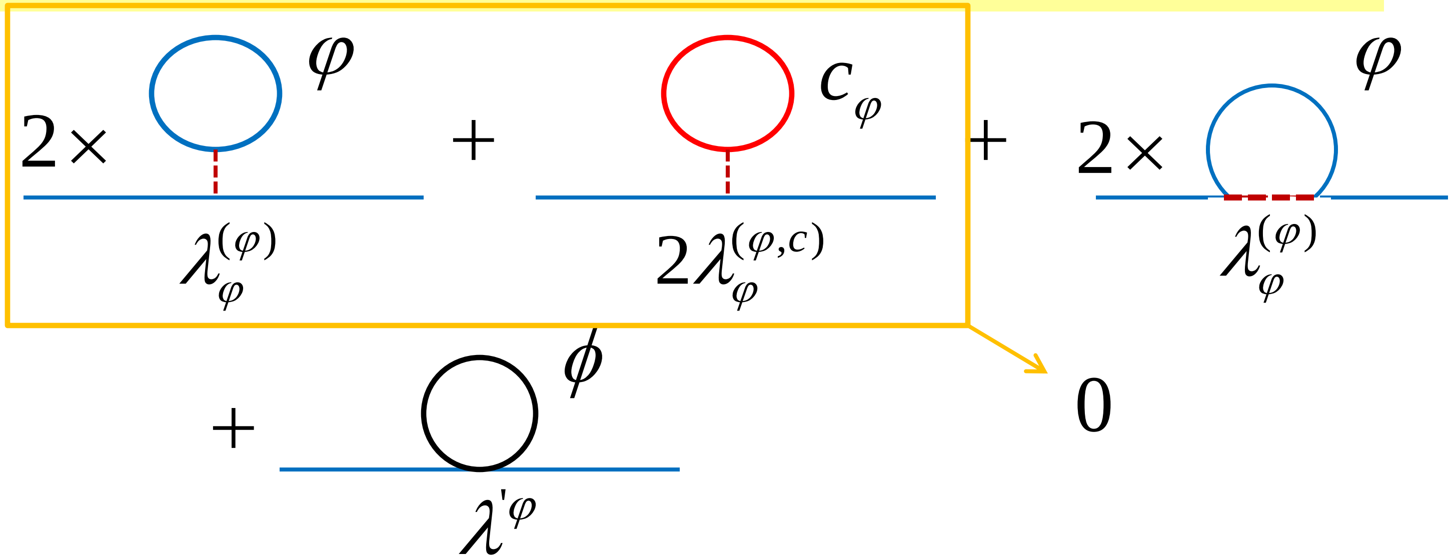
← 2 次発散は削除。

$$L_\phi = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - m_\phi^2 \phi^\dagger \phi - \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2$$

$$\tilde{L}_{\varphi,c} = \partial_\mu \varphi^\dagger \partial^\mu \varphi + \partial_\mu c_\varphi^\dagger \partial^\mu c_\varphi - M_\varphi^{(\varphi)2} \varphi^\dagger \varphi - M_\varphi^{(c)2} c_\varphi^\dagger c_\varphi$$
$$- \lambda_\varphi^{(\varphi)} \varphi^\dagger \varphi \bullet \varphi^\dagger \varphi - 2\lambda_\varphi^{(\varphi,c)} \varphi^\dagger \varphi \bullet c_\varphi^\dagger c_\varphi - \lambda_\varphi^{(c)} c_\varphi^\dagger c_\varphi \bullet c_\varphi^\dagger c_\varphi$$

$$\tilde{L}_{mix} = -\lambda'^{(\varphi)} \phi^\dagger \phi \, \varphi^\dagger \varphi - \lambda'^{(c)} \phi^\dagger \phi \, c_\varphi^\dagger c_\varphi$$

$\delta M_\varphi^{(\varphi)2} =$



$$= -\frac{\lambda'^{(\varphi)}}{4\pi^2} m_\phi^2 \ln \frac{\Lambda^2}{m_\phi^2} + 2\lambda_\varphi^{(\varphi)} J_\varphi \quad \Rightarrow \quad \delta M_\varphi^{(\varphi)2} = \delta M_\varphi^{(c)2}$$

$\lambda_\varphi^{(\varphi)} = \lambda_\varphi^{(\varphi,c)}, M_\varphi^{(\varphi)2} = M_\varphi^{(c)2}$

$\lambda'^{(\varphi)} = \lambda'^{(c)}, \lambda_\varphi^{(c)} = \lambda_\varphi^{(\varphi,c)}$

$$L_T = L_\phi + L_{\varphi,c} + L_{mix}$$

$$L_\phi = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - m_\phi^2 \phi^\dagger \phi - \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2$$

$$L_{\varphi,c} = \partial_\mu \varphi^\dagger \partial^\mu \varphi + \partial_\mu c_\varphi^\dagger \partial^\mu c_\varphi - M_\varphi^2 (\varphi^\dagger \varphi + c_\varphi^\dagger c_\varphi)$$
$$- \lambda_\varphi (\varphi^\dagger \varphi + c_\varphi^\dagger c_\varphi) \bullet (\varphi^\dagger \varphi + c_\varphi^\dagger c_\varphi)$$

$$L_{mix} = -\lambda' \phi^\dagger \phi (\varphi^\dagger \varphi + c_\varphi^\dagger c_\varphi)$$

質量の階層性は量子補正の下で安定に保たれる！

対称性Xの正体は？

$$I = \varphi^\dagger \varphi + c_\varphi^\dagger c_\varphi$$ **が鍵！**

$$I=\varphi^\dagger\varphi+c_\varphi^\dagger c_\varphi$$ **を不変にする変換が成す群** $OSp(2|2)$

(1) $\delta_o\varphi=i\varepsilon_o\varphi,\ \delta_o\varphi^\dagger=-i\varepsilon_o\varphi^\dagger,\ \delta_o c_\varphi=0,\ \delta_o c_\varphi^\dagger=0$ $\quad Q_o$

(2) $\delta_g\varphi=0,\ \delta_g\varphi^\dagger=0,\ \delta_g c_\varphi=i\varepsilon_g c_\varphi,\ \delta_g c_\varphi^\dagger=-i\varepsilon_g c_\varphi^\dagger$ $\quad Q_g$

(3) $\delta_F\varphi=-\zeta c_\varphi,\ \delta_F\varphi^\dagger=0,\ \delta_F c_\varphi=0,\ \delta_F c_\varphi^\dagger=\zeta\varphi^\dagger$ $\quad Q_F$

$\delta_F^\dagger\varphi=0,\ \delta_F^\dagger\varphi^\dagger=\zeta^\dagger c_\varphi^\dagger,\ \delta_F^\dagger c_\varphi=\zeta^\dagger\varphi,\ \delta_F^\dagger c_\varphi^\dagger=0$ $\quad Q_F^\dagger$

エ

$$Q_F{}^2=0,\quad Q_F^{\dagger\,2}=0,\quad \left\{Q_F,Q_F^\dagger\right\}=i\left(Q_o+Q_g\right)$$

的対称性

$$I=\varphi^\dagger\varphi+c_\varphi^\dagger c_\varphi=\left\{Q_F,c_\varphi^\dagger\varphi\right\}=\left\{Q_F^\dagger,\varphi^\dagger c_\varphi\right\}$$

$$Q_F|\mathrm{phys}\rangle=0\quad\text{and}\quad Q_F^\dagger|\mathrm{phys}\rangle=0$$

Cf.九後・小嶋の補助条件

【予想】

SM+αの粒子 Q_F -singlets

重い粒子および他の軽い粒子 Q_F -doublets

$$L_{BSM} = L_{light} + L_{heavy} + L_{mix}$$

$$L_{light} = L_{SM+\alpha} + \{Q_F, R_{light}\}$$

$$L_{heavy} + L_{mix} = \{Q_F, R_{heavy}\}$$

間接的でもよいから $\{Q_F, R_{light}\}$ や $\{Q_F, R_{heavy}\}$ の存在を実証できないか？

$\{Q_F, R_{light}\}$ に関しては可能(な場合もある)。

$\left\{Q_F, R_{light}\right\}$ の名残り(？)

Massless fields

ゲージ群

- Ordinary（その１）(ゲージ粒子を含む) — Gの多重項
- Ordinary（その２） — G'の多重項
- Ghosts — G_gの多重項

$$G \supset G' \supset G_g \equiv H \text{（とする）}$$

$$L_{light} = L_G + L_{G'} + L_{gh} + L_{\mathrm{int}} = L_H + \left\{Q_F, R_{light}\right\}$$

Toy model

Massless fields

Ordinary（その１）

$$A_\mu^a\,(a=1,2,3),\ \phi=\left(\phi^1,\phi^2\right)$$

$SU(2)$の多重項

Ghosts

$$C_\mu^\pm=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(C_\mu^1\mp iC_\mu^2\right),\ c_\phi^1$$

$U(1)$の多重項

$$L_{light}=L_{SU(2)}+L_{gh}+L_{\text{int}}=L_{U(1)}+\left\{Q_F,R_{light}\right\}$$

$$L_{light} = L_{SU(2)} + L_{gh} + L_{\mathrm{int}} = L_{U(1)} + \left\{ Q_F , R_{light} \right\}$$

$$L_{SU(2)} = -\frac{1}{4} F^{\alpha}_{\mu\nu} F^{\alpha\mu\nu} + (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi)$$

$$L_{gh} = -(D'_\mu C^-_\nu)(D'^\mu C^{+\nu}) + (D'_\mu C^-_\nu)(D'^\nu C^{+\mu})$$

$$+ (D'_\mu c^1_\phi)^\dagger (D'^\mu c^1_\phi)$$

$$D'_\mu = \partial_\mu + igA^3_\mu T^3$$

$$L_{U(1)} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A^3_\nu - \partial_\nu A^3_\mu)(\partial^\mu A^{3\nu} - \partial^\nu A^{3\mu}) + (D'_\mu \phi^2)^\dagger (D'^\mu \phi^2)$$

SU(2)対称性がゴーストを消去すると現れるという形で潜んでいる。

$$\left. L_{light} = L_{SU(2)} + L_{gh} + L_{\mathrm{int}} = L_{U(1)} + \left\{ Q_F, R_{light} \right\} \right|_{M_U}$$

SU(2)対称性がゴーストを消去すると現れるという形で潜んでいる。

M_{U}において成り立つ接続条件と考えられる。

$$\left. \begin{aligned} L_{light} &= L_{GUT} + L_{gh} + L_{\mathrm{int}} + L'_{O} \\ &= L_{SM+\alpha} + \left\{ Q_F, R_{light} \right\} \end{aligned} \right|_{M_U}$$

$$\left. \begin{aligned} L_{light} &= L_{GUT} + L_{gh} + L_{\mathrm{int}} + L'_O \\ &= L_{SM+\alpha} + \left\{ Q_F, R_{light} \right\} \end{aligned} \right|_{M_U}$$

SM＋α のパラメータに関する M_{U} における条件

繰り込み群方程式

パラメータの測定値 ➔ M_{U} における値

例：ゲージ結合定数の統一

$$g_3 = g_2 = g_1 = g_U \Big|_{M_U}$$

$$\begin{aligned}L_{light} &= L_{GUT} + L_{gh} + L_{\mathrm{int}} + L'_{O} \\ &= L_{SM+\alpha} + \{Q_F, R_{light}\}\end{aligned}\Bigg|_{M_U}$$

ゲージ結合定数の統一 $g_3 = g_2 = g_1 = g_U\big|_{M_U}$

ヒッグス粒子に関する分離

$$H_5 = \begin{pmatrix} H_C \\ H_W \end{pmatrix}$$

c_{H_C}

Q_F - doublet

陽子の安定性 $X_\mu : (3,2) \quad C_\mu : (3,2)$

Q_F - doublet

Xボソンがゴーストに魂を売った結果，陽子は永遠の命を授かった!?

４．結論

【代替案(シナリオ)】

標準模型＋テラスケールの新粒子

スーパーパートナーはない!

↓　大砂漠

基礎理論＠プランクスケール$M_{\rm Pl}$

$M_{\rm Pl}$で力の大統一，超対称性が実現!

このシナリオの土台固めを行った。

➔ *２次発散の問題，ゲージ階層性の問題の再考*

【2次発散の問題】

➔ 量子補正に潜む双対性

$$\delta m_h^2 = \boxed{C_h \Lambda^2} + C_h' m_h^2 \ln \Lambda^2 / m_h^2 + \boxed{\sum_k C_h'' M_k^2 \ln \Lambda^2 / M_k^2} + \cdots$$

【ゲージ階層性の問題】

➔ ゴーストを伴うフェルミ的対称性

【代替案(シナリオ)】

標準模型＋テラスケールの新粒子

スーパーパートナーはない!

↓ 大砂漠

基礎理論@プランクスケール$M_{\rm Pl}$

$M_{\rm Pl}$で力の大統一，超対称性が実現!

このシナリオの検証については，

Y.K., "Terascale remnants of unification and supersymmetry at the Planck scale",
Prog. Theor. Exp. Phys. **8**, 081B01, (2013)
arXiv:1304.7885 [hep-ph]

【主な仮定】

(a) 力の大統一 $@\ M \equiv M_{\mathrm{Pl}} / \sqrt{8\pi} = 2.4 \times 10^{18}\mathrm{GeV}$

$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ が単純群の下で統一

$\Rightarrow g_1 = \sqrt{5/3}\, g'$

$g_U = g_i(M) \leq O(1)$ ➔ weakly coupled

(b) 超対称性 $@\ M$

新粒子(の大部分)はハイパー多重項を成す。（超対称性の名残り）

➔ テラスケールに現れる新粒子とその相互作用の形を予言した。

【双対性にまつわる課題】

双対性に基づく我々の方法の正当性の検証，適用範囲の把握

・２ループ以上の解析

複数のパラメータ

・複数の場が存在する場合の解析

【フェルミ的対称性にまつわる課題】

・フェルミ的対称性を有する系の無矛盾性の検証

ユニタリティ,
相互作用の非局所性

・ゴーストの起源の探求

➔基礎理論は何か？

【シナリオにまつわる課題】

SM＋αの粒子はすべてプランクスケールで質量ゼロである！

質量の起源は何か？
電弱対称性の破れの機構は？

$m_h \simeq 126\,\mathrm{GeV}$ の導出

基礎理論はどんな形か？

最低限，伝えたかったこと

標準模型の背後に興味深い物理が潜んでいる可能性がある！

今がこの可能性を追求する時期では？

LHCから(SUSY発見という)倍返しが来るかもしれないけれども，

さらに，伝えたかったこと

たとえ，隠れた双対性やフェルミ的対称性が空想の産物だとしても，以下のような期待や予想は残るのでは。

- 計算方法は物理によって決まる。
- 量子補正の形は究極の理論の対称性の名残りにより限定される。
- 標準模型の粒子が1重項であるような対称性によりゲージ階層性の安定性が保証される。

ご清聴ありがとうございました。