京都産業大, 4 June 2011

量子力学の基礎に関する研究の近年の発展について

筒井 泉

高エネルギー加速器研究機構 (KEK)

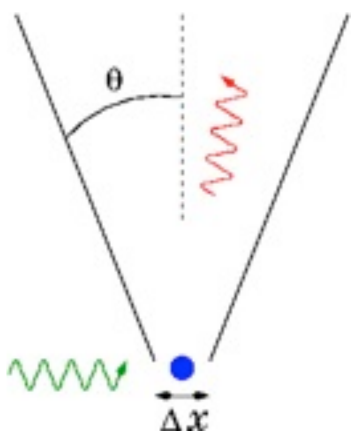
素粒子原子核研究所

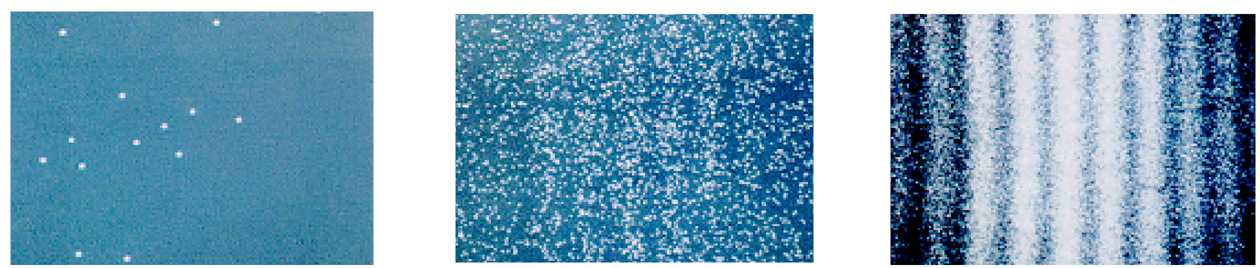
1. Quantum Mechanics (QM)

- basic framework -

量子の世界：　物理量の量子化、不確定性、

波動と粒子の２重性、量子もつれ





量子力学の構成規則

- 状態はヒルベルト空間のベクトル $|\psi\rangle$ で表される
- 観測量はエルミート演算子で表される
- 観測量 A の測定結果の期待値は $\langle\psi|A|\psi\rangle$ で与えられる
- 状態の時間発展はエルミート演算子 H を用いたシュレーディンガー方程式で規定される

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi\rangle = H|\psi\rangle$$

(1) structural questions:　量子化とは？

古典系 → 量子系

物理量　　$f_A(q,p) \to A$

(1) structural questions:　量子化とは？

古典系 → 量子系

物理量　　$f_A(q,p) \to A$

古典系の構造をそのまま量子系に移すことは不可能

線形性：　$f_A \to A, \quad f_B \to B \quad \Longrightarrow \quad f_A + f_B \to A + B$

関数形保存性：　$f_A \to A \quad \Longrightarrow \quad F(f_A) \to F(A)$

(I) structural questions:　量子化とは？

古典系 → 量子系

物理量　　$f_A(q,p) \to A$

古典系の構造をそのまま量子系に移すことは不可能

線形性：　$f_A \to A, \quad f_B \to B \quad \Longrightarrow \quad f_A + f_B \to A + B$

関数形保存性：　$f_A \to A \quad \Longrightarrow \quad F(f_A) \to F(A)$

量子化には様々な不定性が存在

演算子順序、エルミート演算子の定義域、表現空間の選択など

例）非自明なトポロジーを持つ古典系、半直線上（動径方向）の運動量、
井戸型ポテンシャルの境界条件、etc. → 量子異常, ...

(2) conceptual questions:　量子状態とは？

・実在論者の立場（realist）：　波動関数 $|\psi\rangle$ は個々の系の状態を記述

・方便家の立場（instrumentalist）：　波動関数 $|\psi\rangle$ は系の集団（ensemble）の状態を記述

測定のプロセス

$$|\psi\rangle|m_0\rangle \xrightarrow{\text{時間発展}} |+\rangle|m_+\rangle + |-\rangle|m_-\rangle \xrightarrow{\text{測定}} \begin{cases} |+\rangle|m_+\rangle \\ |-\rangle|m_-\rangle \end{cases}$$

von Neumann 射影仮設

- many worlds interpretation, consistent histories, ...
- dynamical reduction (quantum gravity, decoherence, GRW mechanism, ...)

2. EPR and Entanglement

- QM is incomplete? -

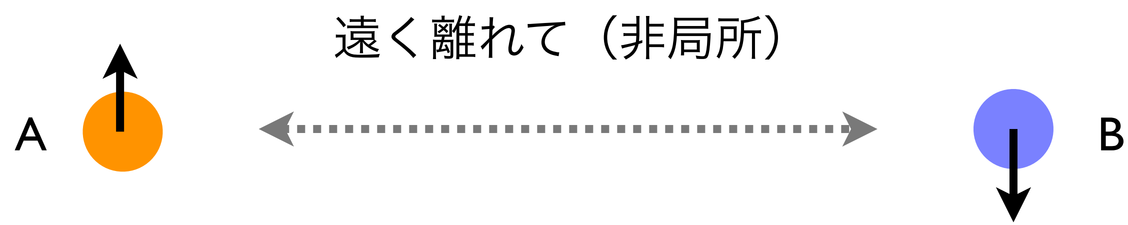
Einstein-Podolsky-Rosen (1935)

実在性：系を撹乱せずに物理量の値を確定できるとき、その物理量は実在する

完全性：すべての実在する物理量の値を予言できるとき、その物理理論は完全である

完全相関を利用

Aを測りBを知る



量子もつれ状態 (spin singlet)

$$|\psi\rangle = |+z\rangle|-z\rangle - |-z\rangle|+z\rangle = |+x\rangle|-x\rangle - |-x\rangle|+x\rangle$$

EPRの議論

Bを撹乱せずに任意のスピン成分の値を確定できる ⟶ Bのスピンは実在

Bのスピン成分は交換しない ⟶ 量子論では測定値を予言できない

⟶ 量子論は不完全

完全な理論（隠れた変数）が存在？

EPRの議論

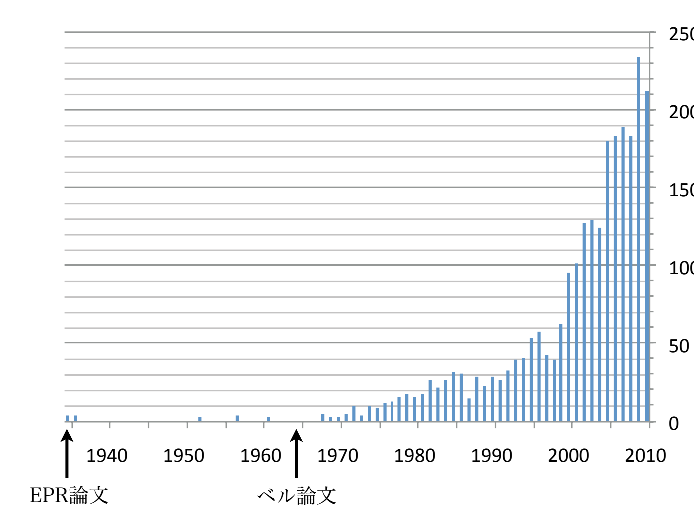
Bを撹乱せずに任意のスピン成分の値を確定できる ⟶ Bのスピンは実在

Bのスピン成分は交換しない ⟶ 量子論では測定値を予言できない

⟶ 量子論は不完全

完全な理論（隠れた変数）が存在？

- QMとmicro-macro問題：**Schrödinger's cat (1935)**
- 局所実在論の可能性の吟味：**Bell 不等式 (1964)**
- 量子暗号：**EPR protocol (Ekert, 1991)**
- EPRのcitation数：**200 (~ 1965) → 4,000 (~ today)**



3. Bell's Theorem

- local realism vs QM -

J. Bell (1964)

局所実在論（LRT）：　隠れた変数 λ　確率分布 $\rho(\lambda)$

測定　$A(a,\lambda)=\pm 1$　　$B(b,\lambda)=\pm 1$

相関　$C(a,b)=\int d\lambda\, \rho(\lambda)\, A(a,\lambda)\, B(b,\lambda)$

$$|C(a,b)-C(a,b')|+|C(a',b')+C(a',b)|\leq 2$$

Bell 不等式

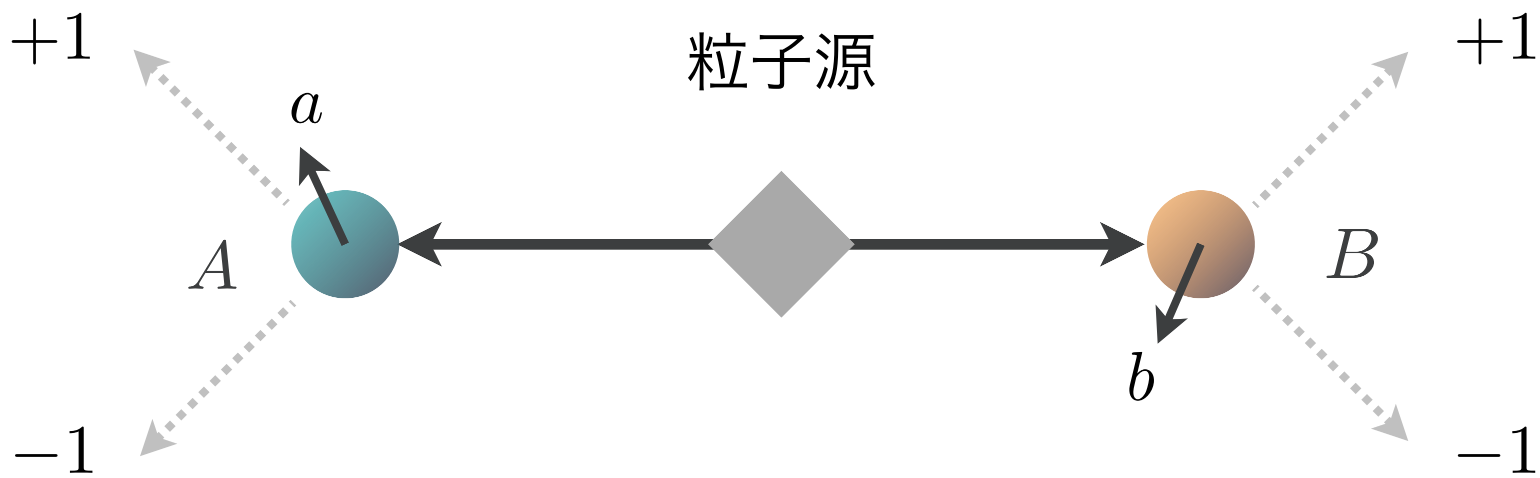
測定角 a，b を任意に選べることが重要（自由意志）

QMでは破れている

検証実験の歴史

実現可能な実験提案	Clauser-Horne-Shimony-Holt (1969)	
photon (positronium decay)	Kasday-Ullman-Wu (1975)	~~LRT~~
photon (atomic radiative cascades)	Freedman-Clauser (1972)	~~LRT~~
	Holt-Pipkin (1978)	~~QM~~
	Clauser (1976)	~~LRT~~
photon (atomic radiative cascades - improved)	Aspect et al. (1980 - 1985)	~~LRT~~
photon (parametric down conversion)	Brendel et al. (1992)	energy & time
	Tapster et al. (1994)	optical fiber 4km
	Tittel et al. (1998)	more than 10km

検証実験における２つの loophole

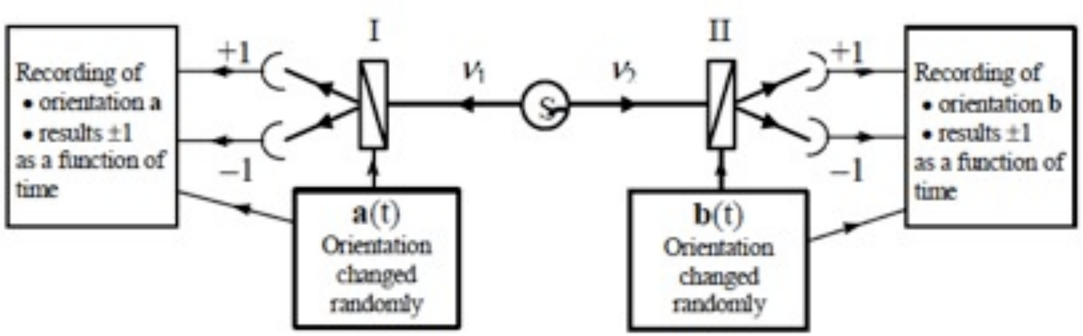


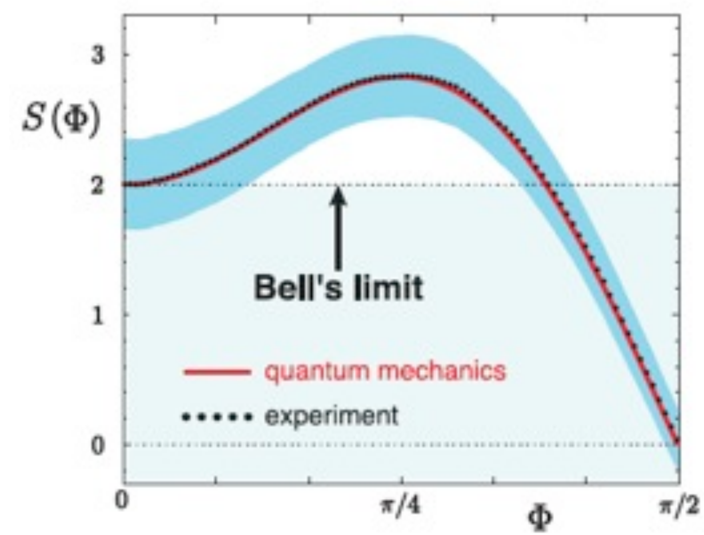
1) locality loophole　　局所性条件が実験的に保証されない

2) efficiency loophole　　検出効率が不十分 → fair sampling assumption

近年の検証実験とloophole

		局所性	検出効率
Aspect et al. (1982)	photon: 12 m	△	×
Weihs et al. (1998)	photon: 400 m	○	×
Rowe et al. (2001)	ion	×	○
Sakai et al. (2006)	proton	△	○ ?





中間子を用いた量子相関の測定

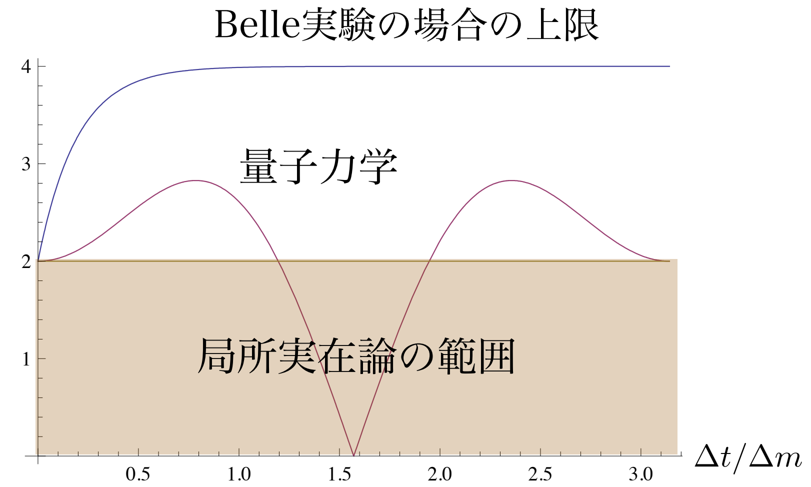
1999	K中間子	CPLEAR (CERN)
2006	K中間子	KLOE (DAΦNE)
2007	B中間子	Belle (KEK)

B中間子の対生成

$$e^+ e^- \rightarrow \Upsilon(4s) \rightarrow \frac{|B^0\rangle|\bar{B}^0\rangle - |\bar{B}^0\rangle|B^0\rangle}{\sqrt{2}}$$

中間子を用いた量子相関の測定

1999	K中間子	CPLEAR (CERN)
2006	K中間子	KLOE (DAΦNE)
2007	B中間子	Belle (KEK)



B中間子の対生成

$$e^+ e^- \to \Upsilon(4s) \to \frac{|B^0\rangle|\bar{B}^0\rangle - |\bar{B}^0\rangle|B^0\rangle}{\sqrt{2}}$$

- 中間子崩壊時刻と光子の測定角が対応 → 崩壊の受動性問題
- 限定されたLRT検証は原理的に可能 (2008)
- Belle実験で崩壊時刻の独立測定の問題 → 現状ではLRT検証は困難

4. Kochen-Specker Theorem

- contextuality -

一般に系の状況（context）とは無関係に物理量に値を割り付けることは不可能 → 実在性は状況依存性を持つ

Kochen-Specker (1967)

互いに交換する（同時測定可能な）物理量の組への値の割り付け

$$A, B, C, \ldots \quad \longrightarrow \quad v(A), v(B), v(C), \ldots$$

整合性の要請

$$f(A, B, C, \ldots) = 0 \quad \Longrightarrow \quad f(v(A), v(B), v(C), \ldots) = 0$$

このとき A の割り付け $v(A)$ は $B, C, \ldots$ の選択に依存する

Merminの魔方陣 (1990)

割り付け　$\sigma_i \longrightarrow v(\sigma_i)$

整合性

$$\sigma_i^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \{v(\sigma_i)\}^2 = 1$$

$$\Rightarrow \quad v(\sigma_i) = \pm 1$$

$1 \otimes \sigma_z$	$\sigma_z \otimes 1$	$\sigma_z \otimes \sigma_z$
$\sigma_x \otimes 1$	$1 \otimes \sigma_x$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$-\sigma_x \otimes \sigma_z$	$-\sigma_z \otimes \sigma_x$	$\sigma_y \otimes \sigma_y$

Merminの魔方陣 (1990)

割り付け $\sigma_i \longrightarrow v(\sigma_i)$

整合性

$$\sigma_i^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \{v(\sigma_i)\}^2 = 1$$

$$\Rightarrow \quad v(\sigma_i) = \pm 1$$

$1 \otimes \sigma_z$	$\sigma_z \otimes 1$	$\sigma_z \otimes \sigma_z$	$+1$
$\sigma_x \otimes 1$	$1 \otimes \sigma_x$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$	$+1$
$-\sigma_x \otimes \sigma_z$	$-\sigma_z \otimes \sigma_x$	$\sigma_y \otimes \sigma_y$	$+1$

Merminの魔方陣 (1990)

割り付け　$\sigma_i \longrightarrow v(\sigma_i)$

整合性

$$\sigma_i^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \{v(\sigma_i)\}^2 = 1$$

$$\Rightarrow \quad v(\sigma_i) = \pm 1$$

$1 \otimes \sigma_z$	$\sigma_z \otimes 1$	$\sigma_z \otimes \sigma_z$	$+1$
$\sigma_x \otimes 1$	$1 \otimes \sigma_x$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$	$+1$
$-\sigma_x \otimes \sigma_z$	$-\sigma_z \otimes \sigma_x$	$\sigma_y \otimes \sigma_y$	$+1$
-1	-1	-1	

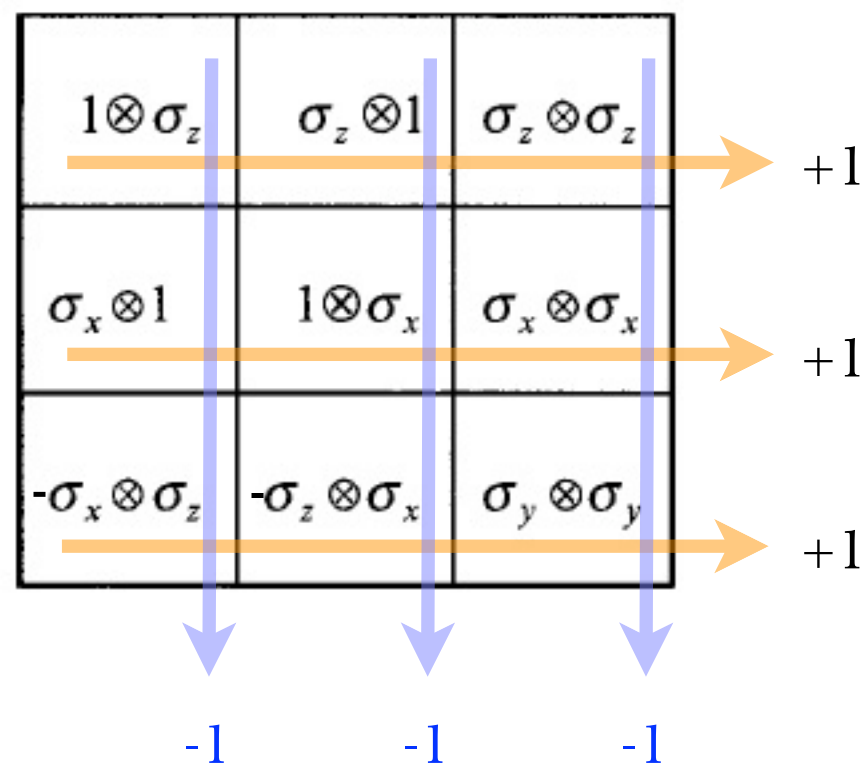
Merminの魔方陣 (1990)

割り付け $\sigma_i \longrightarrow v(\sigma_i)$

整合性

$$\sigma_i^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \{v(\sigma_i)\}^2 = 1$$

$$\Rightarrow \quad v(\sigma_i) = \pm 1$$

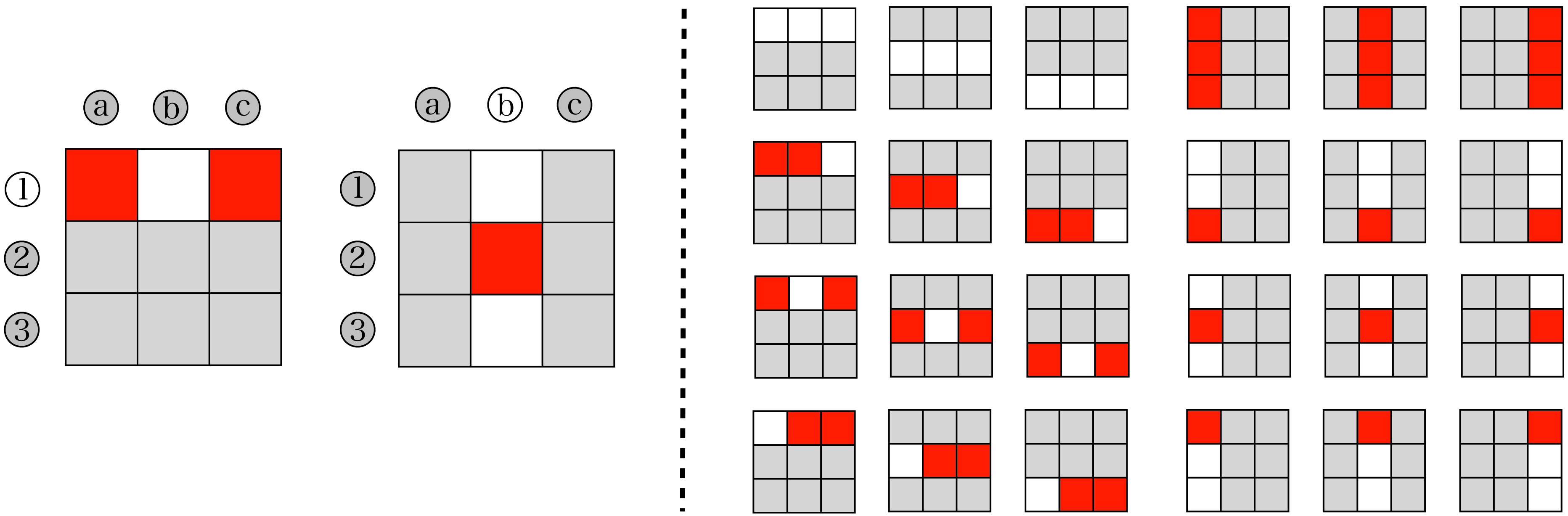


- 状況依存性は測定装置等の状況の反映？ → 組み合わせが非局所なら？
- Bell 検証実験の結果 → 非局所でも状況依存性 - nonlocal contextuality

Merminの魔方陣の性質

縦か横の一組の３つの物理量の測定は同時に可能

どの組を選ぶかという状況に依存する形での実在



5. Leggett's Theorem

- nonlocal realism vs QM -

A. Leggett (2003)

ある種の非局所な実在論でも相関に対する不等式が成立

$$E_j^N(\vec{a}_j, \theta) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} C(\vec{a}_j^k, \vec{b}_j^k)$$ 測定角についての平均相関

$$|E_1^N(\vec{a}_1, \varphi) + E_1^N(\vec{a}_1, 0)| + |E_2^N(\vec{a}_2, \varphi) + E_2^N(\vec{a}_2, 0)| \le 4 - 2u_N \left| \sin\frac{\varphi}{2} \right|$$

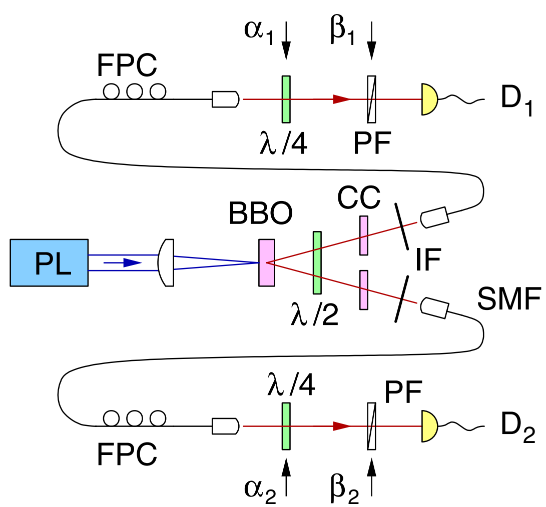
Leggett 不等式

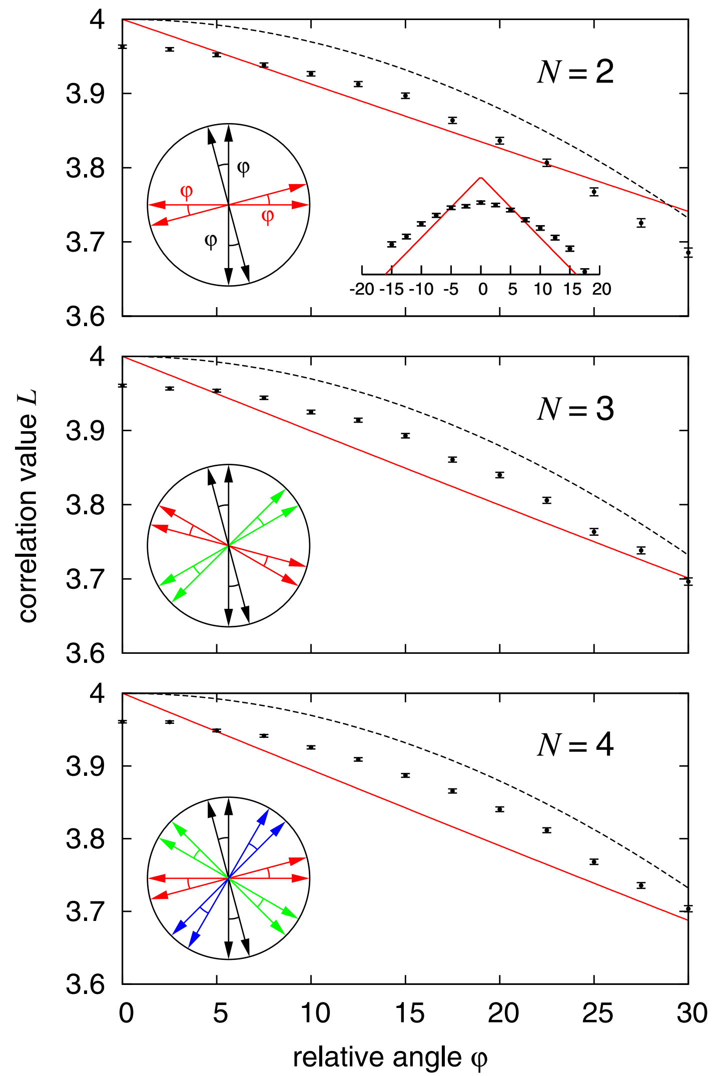
QMでは破れている

非局所な実在論の可能性を吟味 → 実在性自体への疑義

光子を用いた検証実験

Branchard et al. (PRL 2007)





also Paterek et al. (PRL 2007)

限定された非局所な実在論の可能性を否定

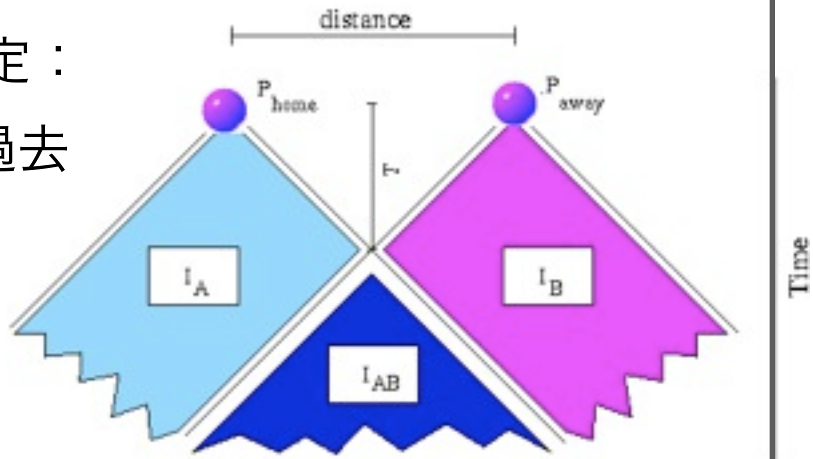
6. Free Will Theorem

- locality, realism & free will -

Conway-Kochen (2006, 2009)

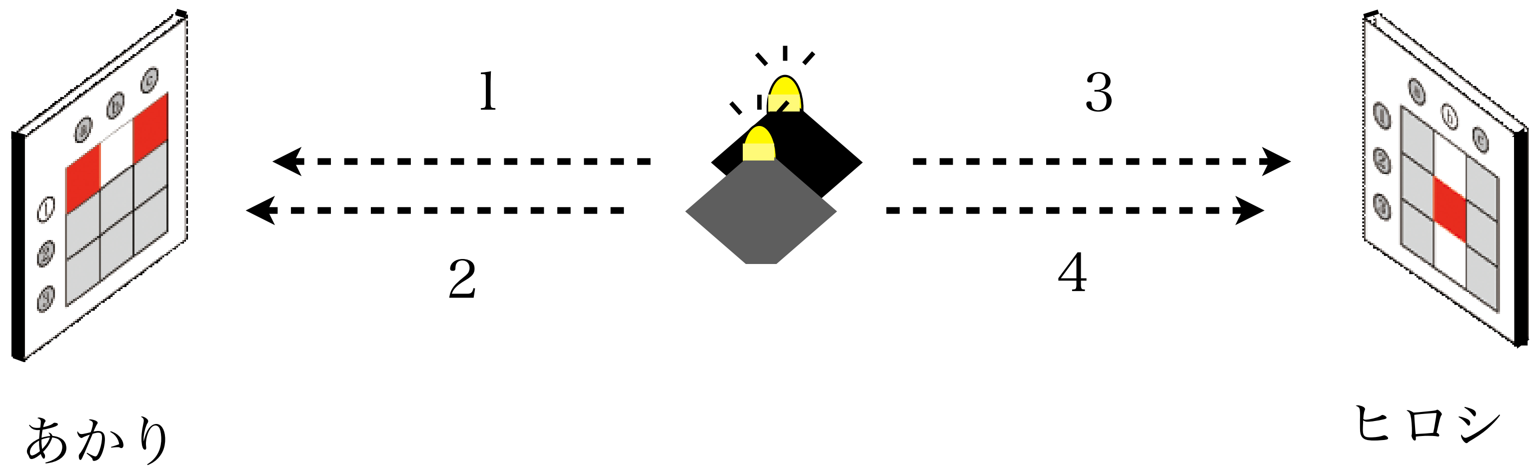
測定結果の量子性（spinなど）、複数の測定結果の整合性、局所性、完全相関性、測定結果の決定性（因果性）、及び測定者の自由意志（非因果性）を仮定 →　論理的矛盾

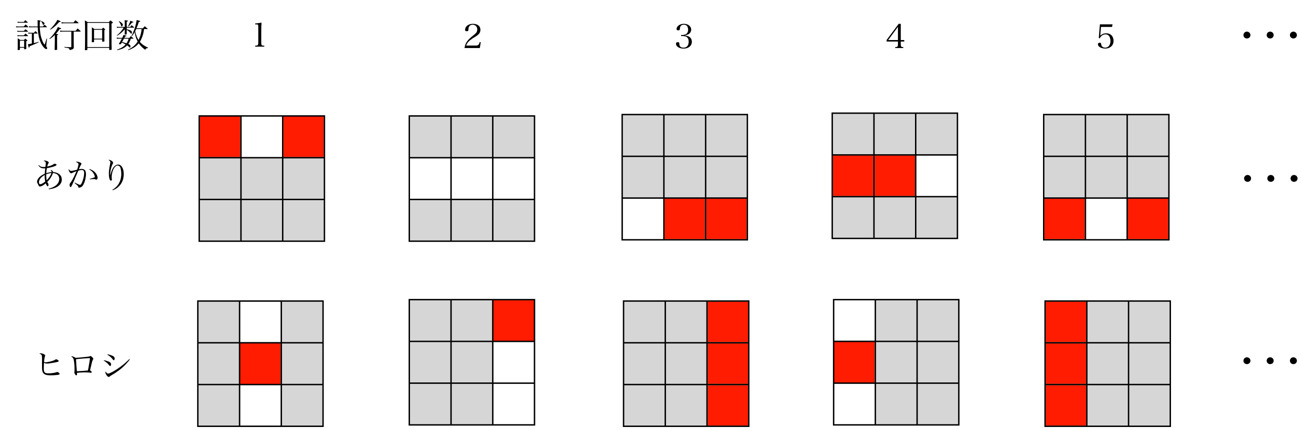
上記の仮定のうち、 測定結果の決定性を否定：
すなわち、測定結果は測定装置の状況等の過去の一切の原因に依存せず、系固有の任意性「自由意志」の現れである



検証実験

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_1|0\rangle_3 + |1\rangle_1|1\rangle_3\right) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_2|0\rangle_4 + |1\rangle_2|1\rangle_4\right)$$





２人の共通パネルに対応する物理量の測定結果（色）は、非決定論的に（物理量自身の自由意志で）決められる

7. Uncertainty Relation Revised

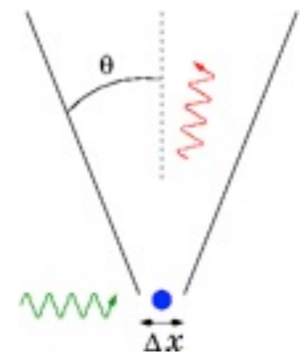
1）ハイゼンベルクの不確定性関係 (1927)

$$\boxed{\epsilon(q)\,\eta(p) \geq \frac{\hbar}{2}}$$

一般的には成立しない

$\epsilon(q)$　誤差（noise）

$\eta(p)$　擾乱（disturbance）



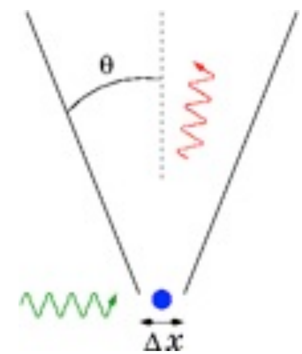
7. Uncertainty Relation Revised

1）ハイゼンベルクの不確定性関係 (1927)

$$\boxed{\epsilon(q)\,\eta(p) \geq \frac{\hbar}{2}}$$

$\epsilon(q)$　誤差（noise）

$\eta(p)$　擾乱（disturbance）



一般的には成立しない

2）ケナードの不確定性関係 (1927)

$$\boxed{\sigma(q)\,\sigma(p) \geq \frac{\hbar}{2}}$$

$\sigma(q)$　標準偏差（standard deviation）

一般的に成立: 量子状態の統計的性質

３）小澤の不確定性関係 (2003)

$$\boxed{\epsilon(q)\,\eta(p) + \sigma(q)\,\eta(p) + \epsilon(q)\,\sigma(p) \geq \frac{\hbar}{2}}$$

一般的に成立

$\sigma(q)$　標準偏差（standard deviation）

$\epsilon(q)$　誤差（noise）

$\eta(p)$　擾乱（disturbance）

- Heisenberg の不確定性関係を一般に成立するように拡張
- Heisenberg の不確定性関係に基づく測定の限界（Standard Quantum Limit）の見直し　（重力波干渉実験の測定限界）

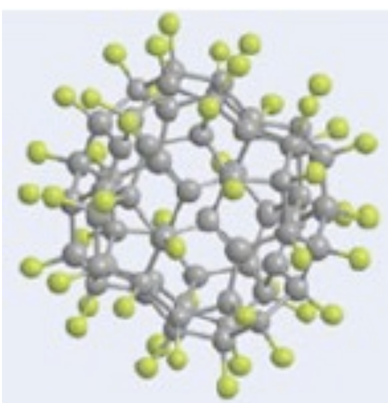
8. QM in Macroscopic Regime

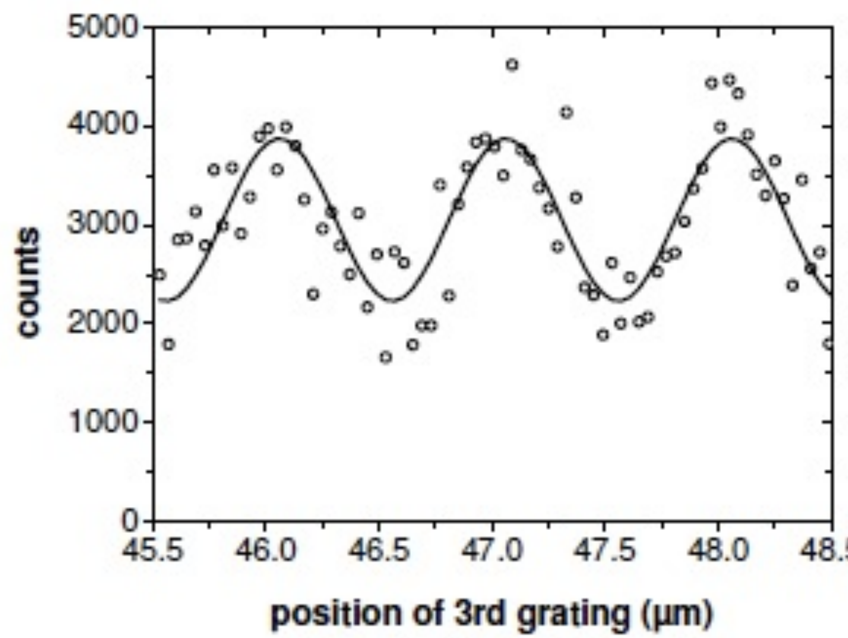
1）２重スリット干渉実験

最重量：fluorinated fullerene

$C_{60}F_{48}$ (1632 amu)

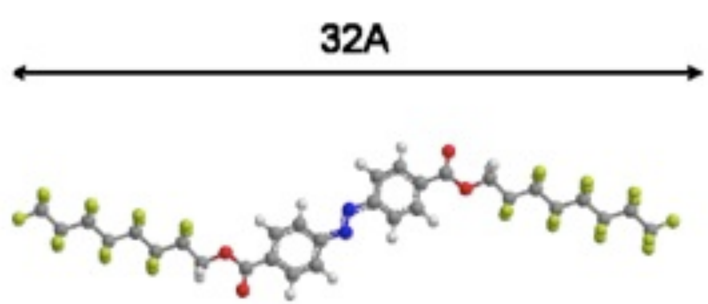
Hackermüller et al. (2003)





最大：azobenzene molecule

Gerlich et al. (2007)



２）QMのマクロ限界はあるか？ macroscopic realism vs QM

Leggett-Garg 不等式 (1985) に基づく系統的な検証方法

局所性とマクロ性の入れ替え：Bell 不等式と類似

２）QMのマクロ限界はあるか？　macroscopic realism vs QM

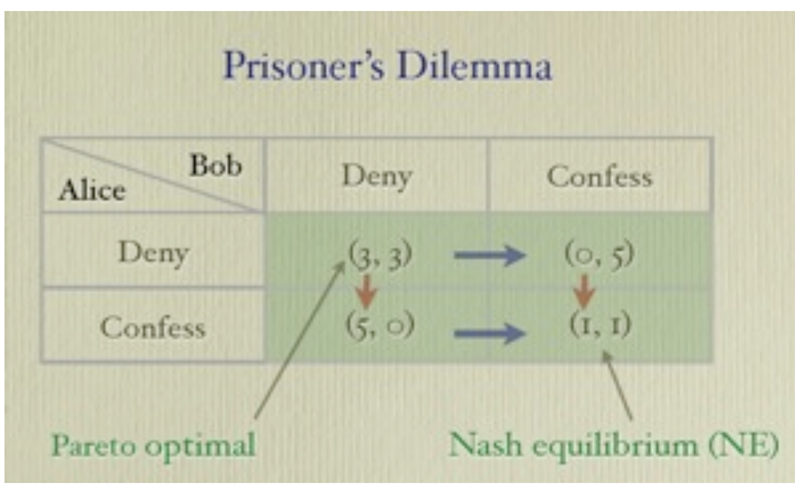
Leggett-Garg 不等式 (1985) に基づく系統的な検証方法

局所性とマクロ性の入れ替え：Bell 不等式と類似

３）量子ゲーム理論（1999 - today)

量子状態を戦略とするゲーム理論

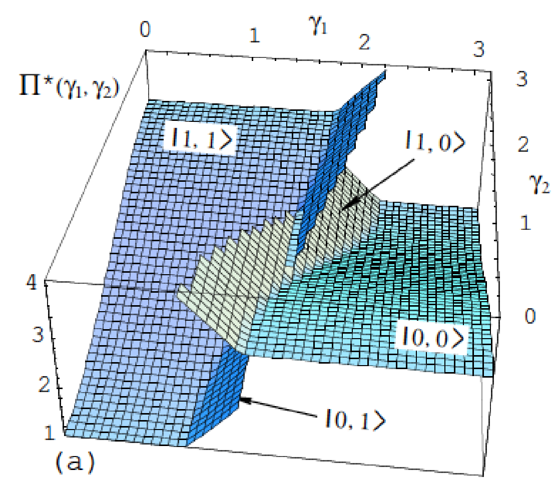
古典ゲームのディレンマの解消
対古典戦略への優位性など



Prisoner's Dilemma

Alice \ Bob	Deny	Confess
Deny	(3, 3)	(0, 5)
Confess	(5, 0)	(1, 1)

Pareto optimal　　Nash equilibrium (NE)

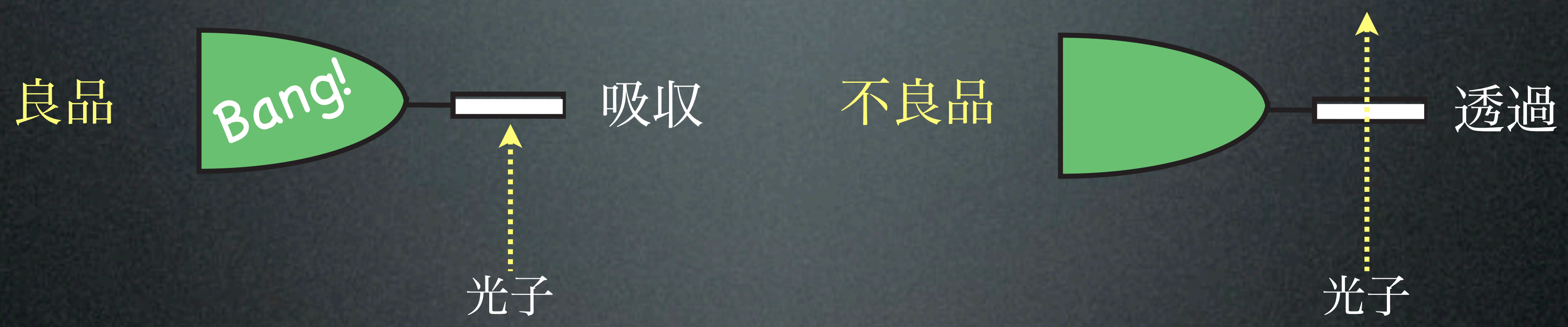


9. Summary

- EPR論文以来Bell定理までは量子力学の基礎研究は「不毛の時代」だったが、それ以後は量子技術や量子情報科学の著しい発展もあり、KS定理、Leggett不等式、自由意志定理、weak測定等へ進展
- 問題は量子力学の非局所性や非実在性の検証から自由意志の有無にまで及ぶ。量子力学のどのような「反常識」的な性質が、自然法則として重要であるかを見定めることが目的
- 量子力学のより深い理解を通して、量子力学の適用範囲を越える領域の新たな物理を探ることを期待

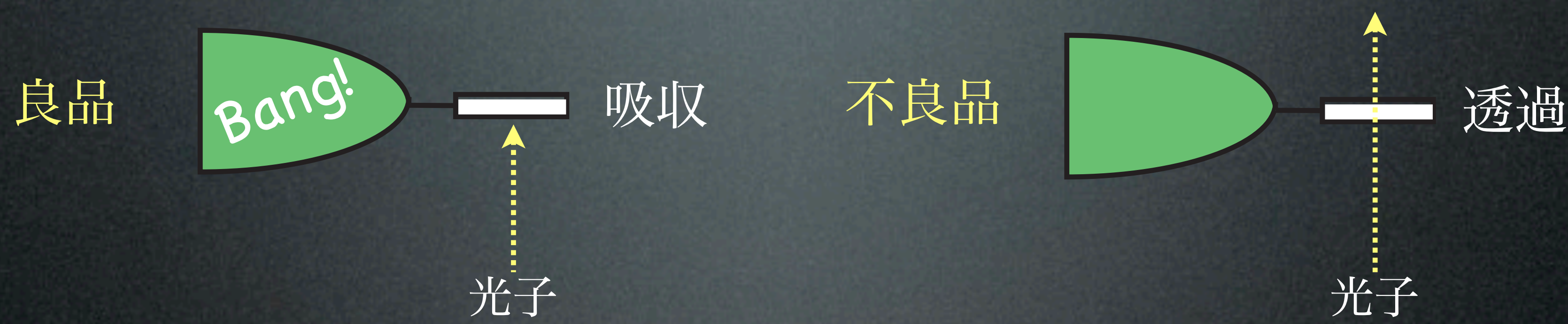
量子爆弾検査　(Elitzur-Vaidman 1993)

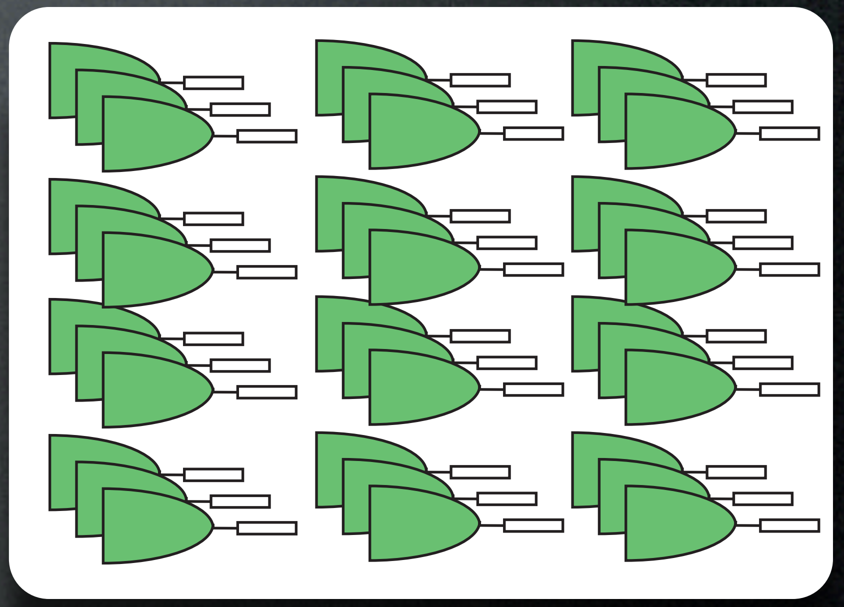
光子吸収型爆弾



量子爆弾検査　(Elitzur-Vaidman 1993)

光子吸収型爆弾



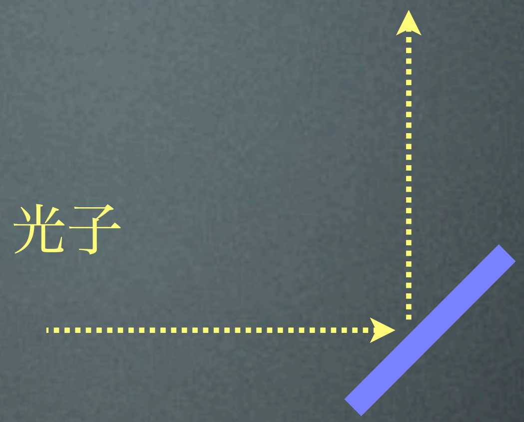


問題

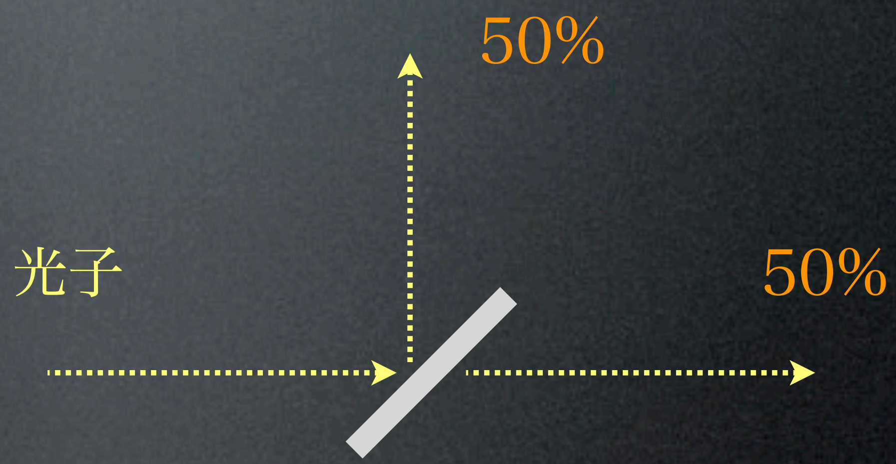
与えられた爆弾の山から
良品を選び出せるか？

道具

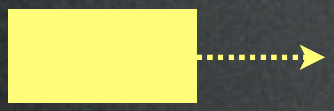
鏡



半鏡

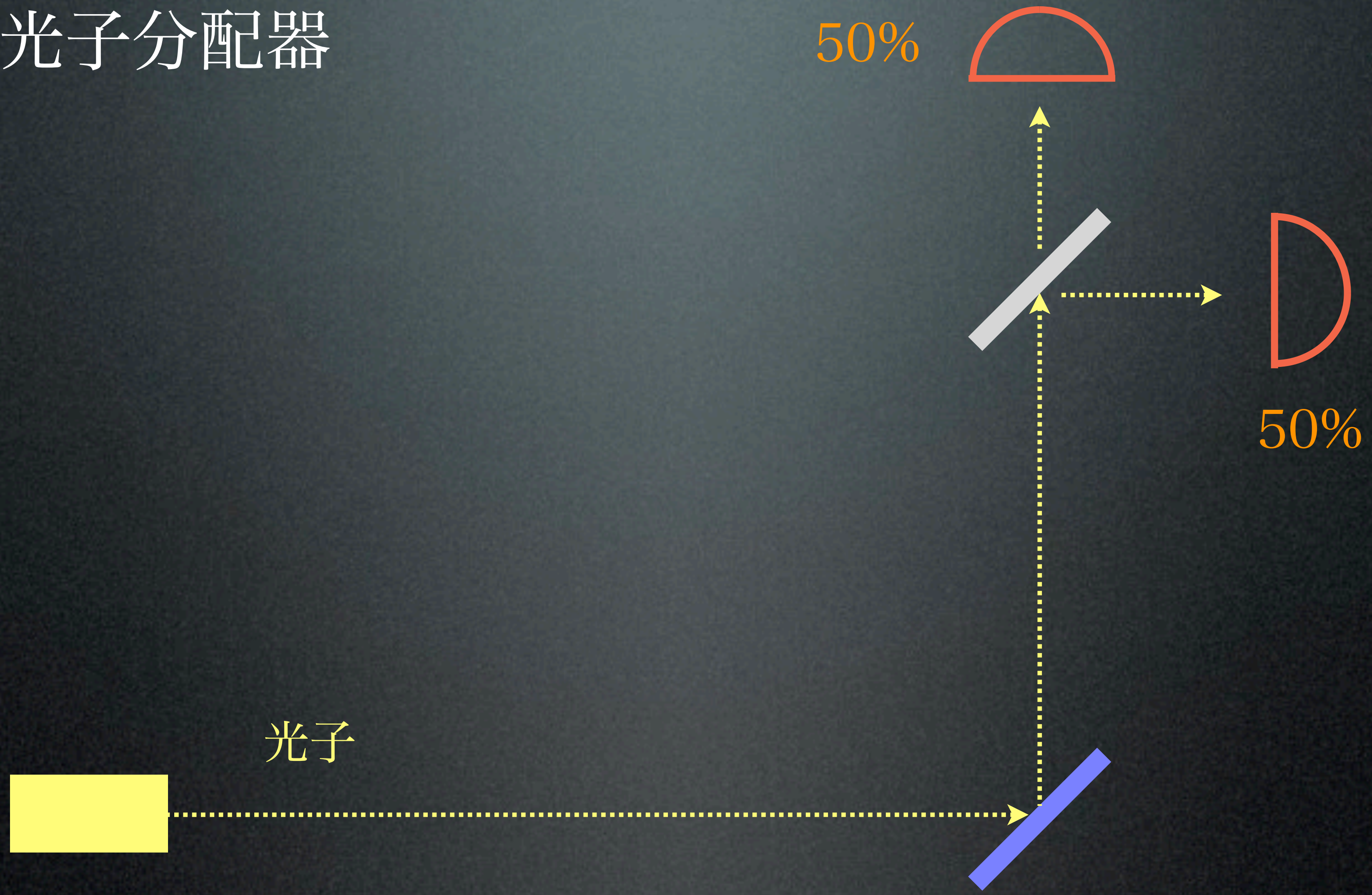


光子銃

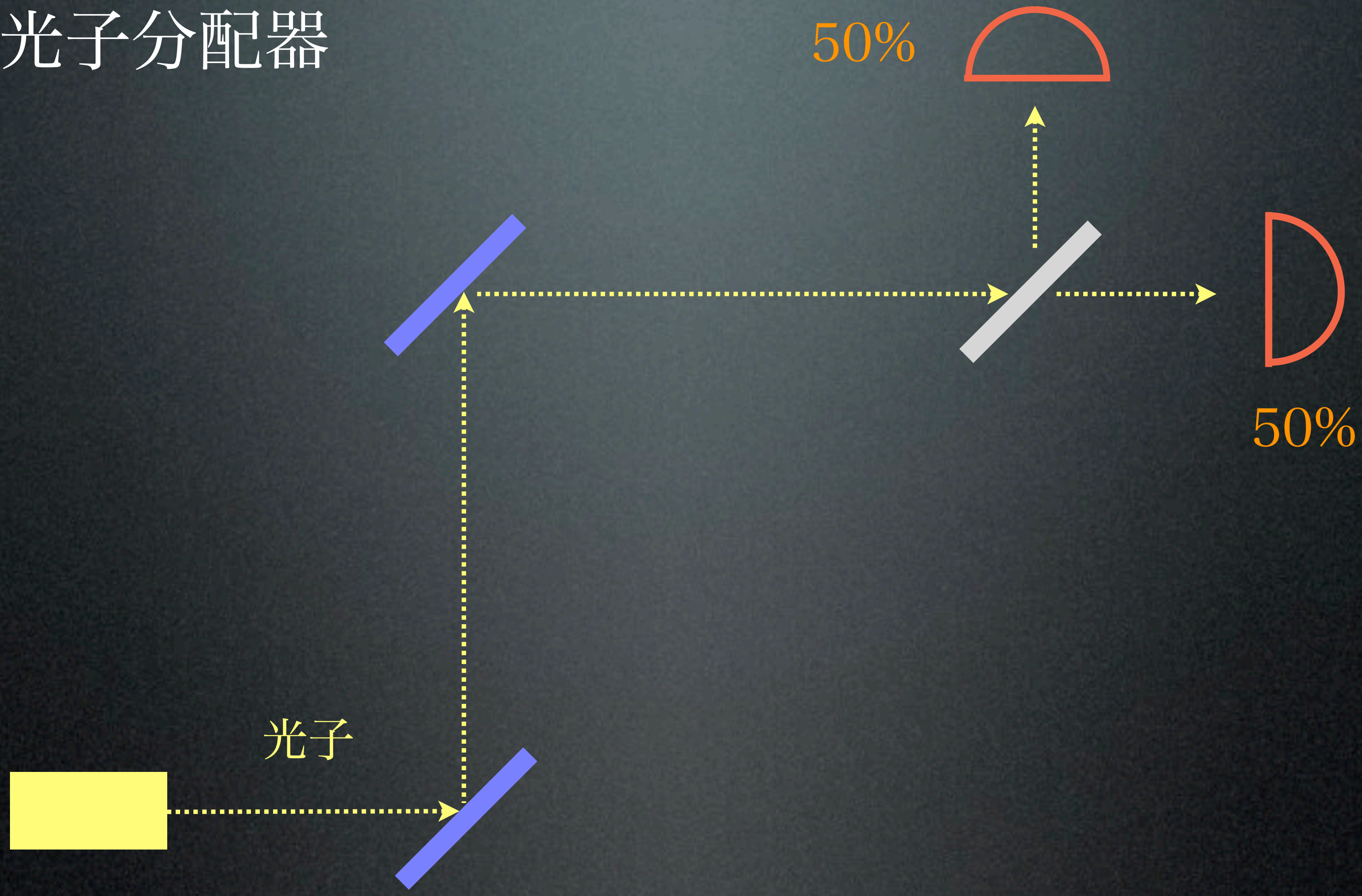


検出器

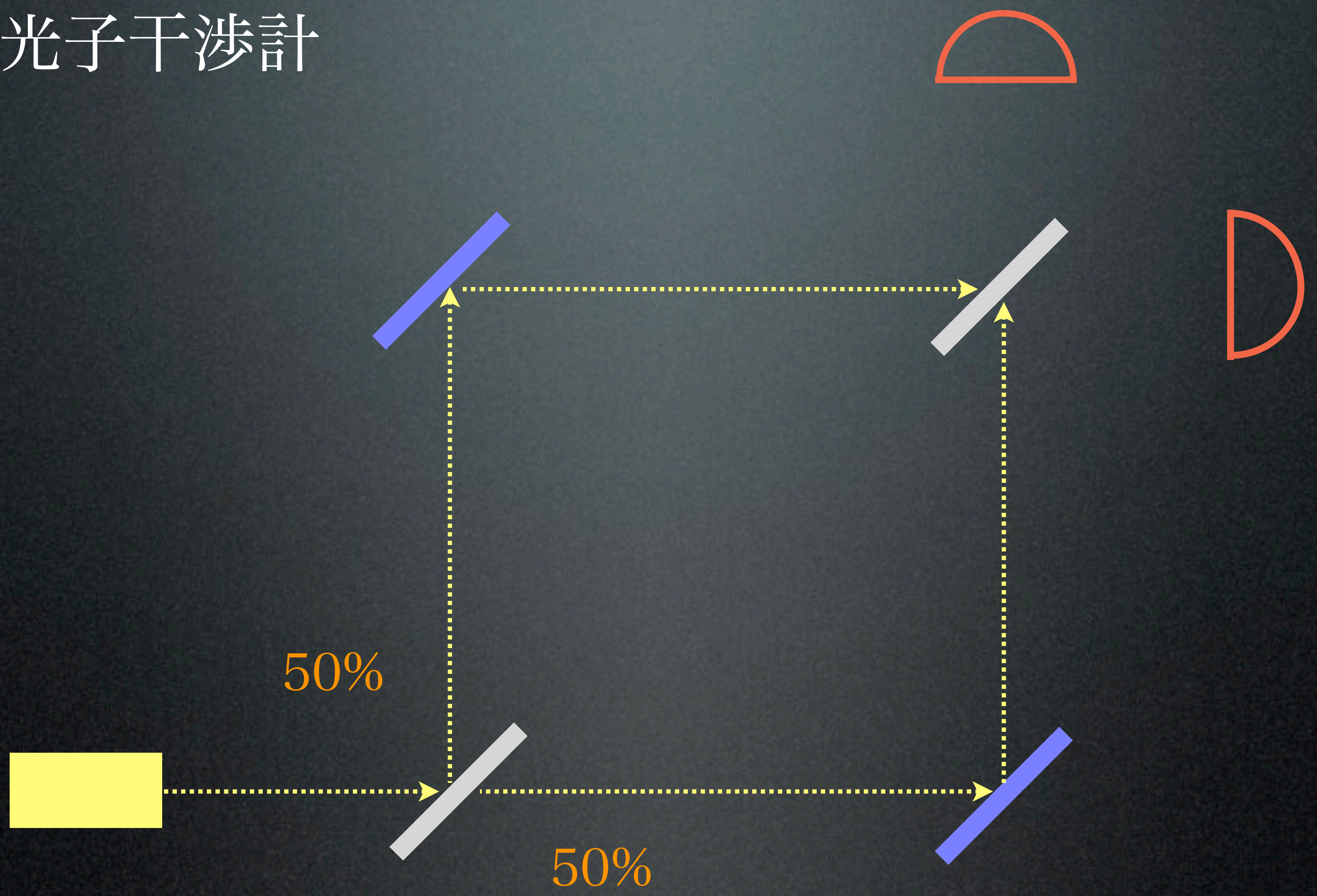
光子分配器



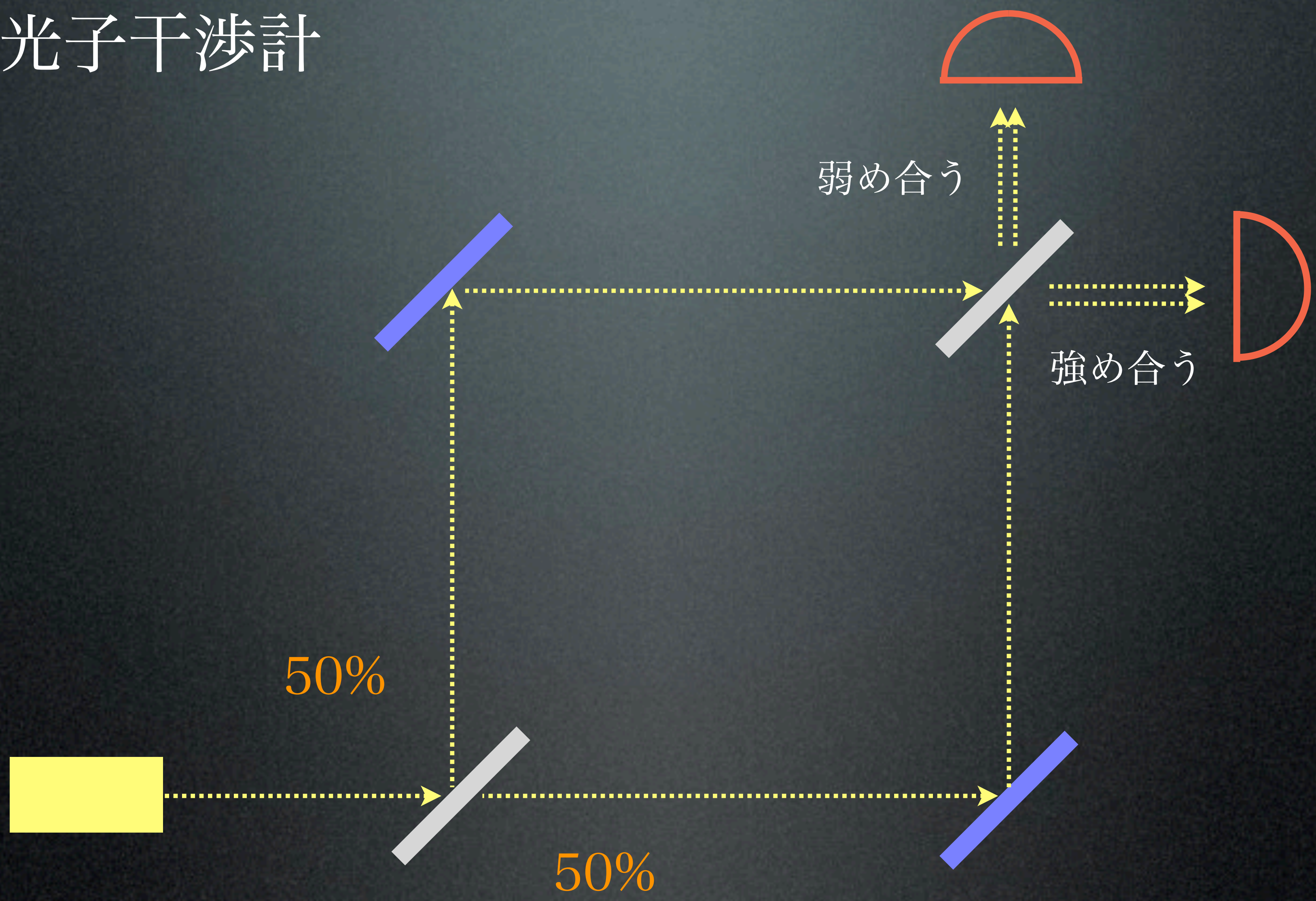
光子分配器



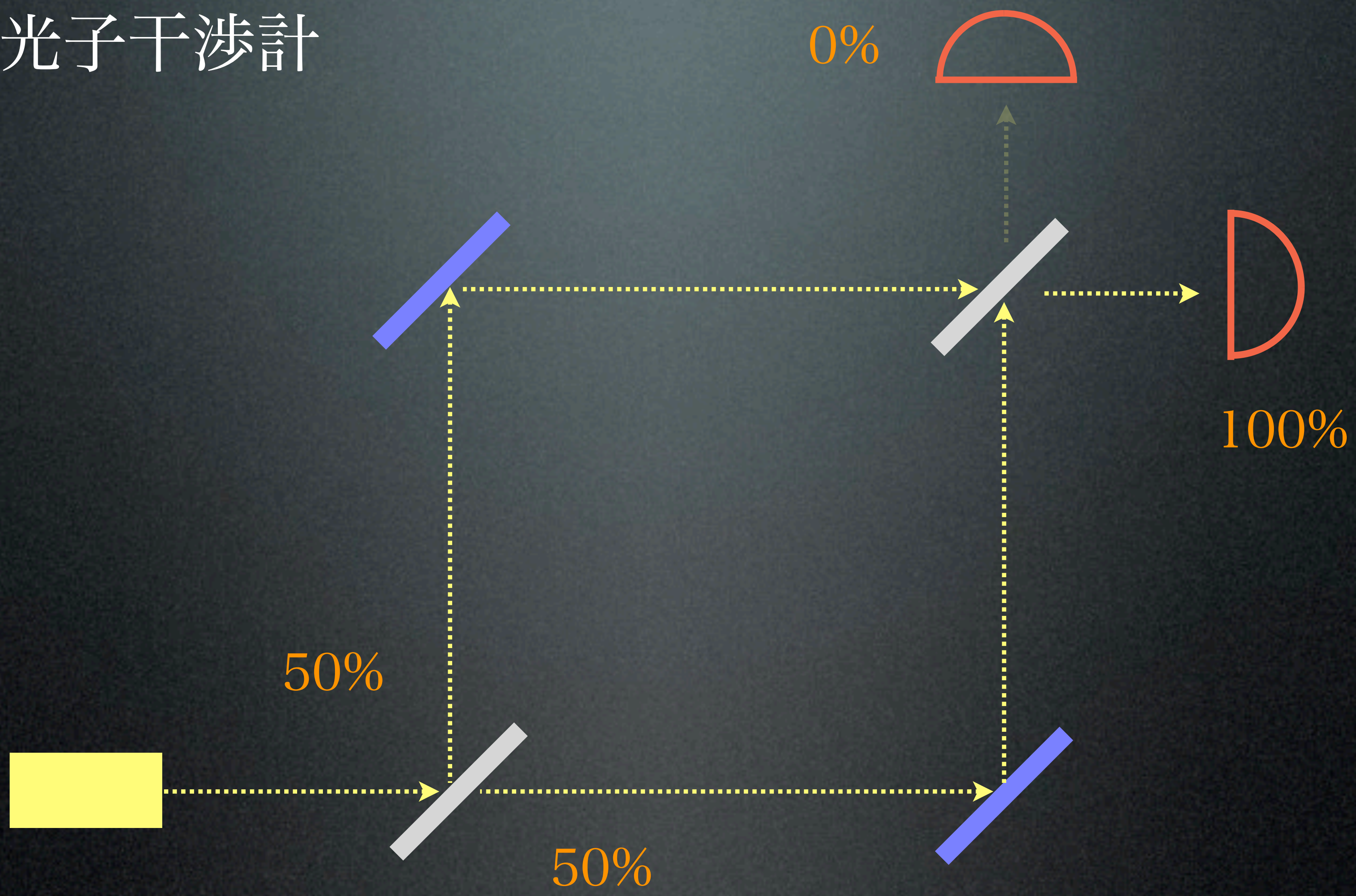
光子干渉計



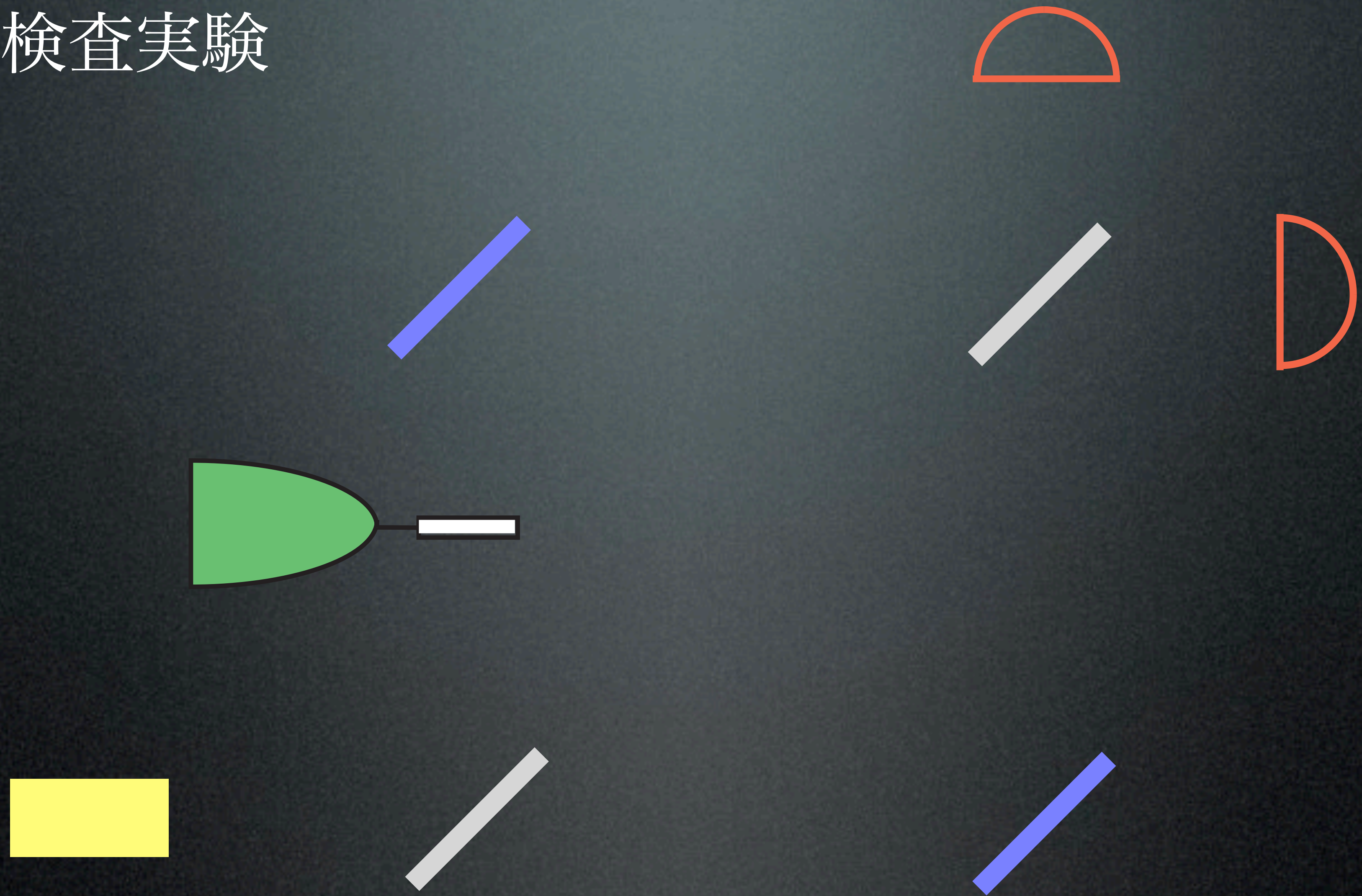
光子干渉計



光子干渉計

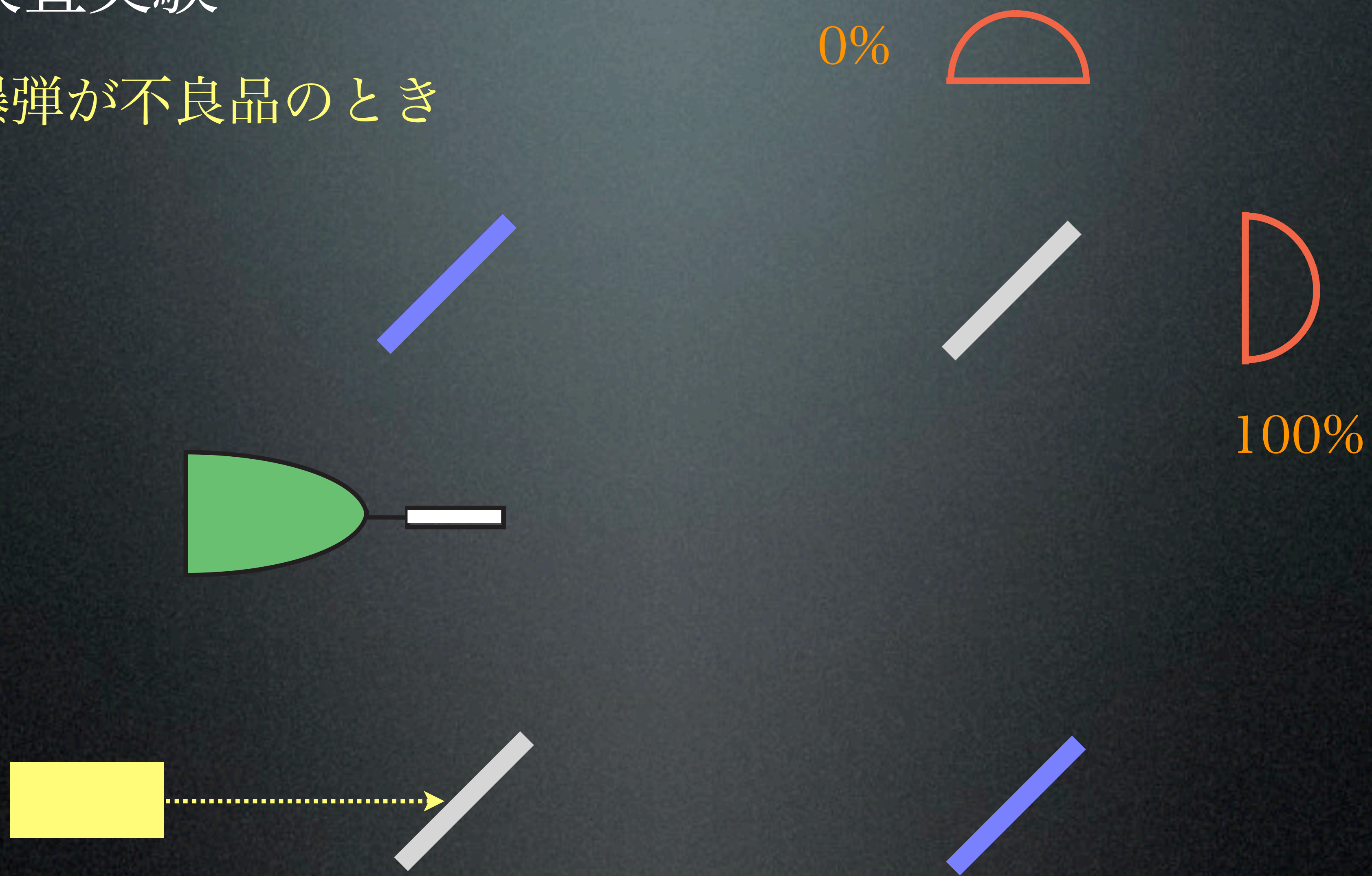


検査実験



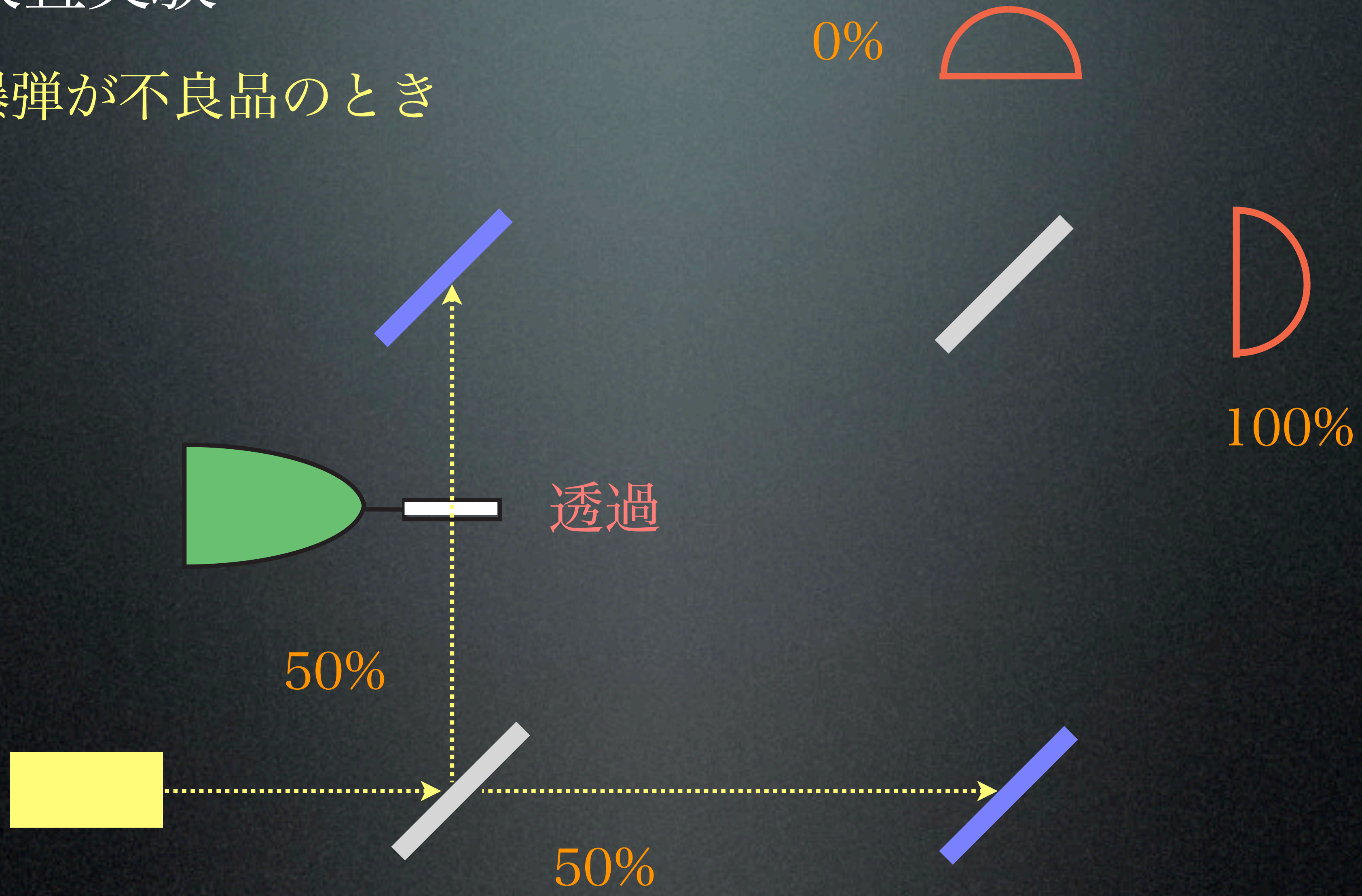
検査実験

爆弾が不良品のとき



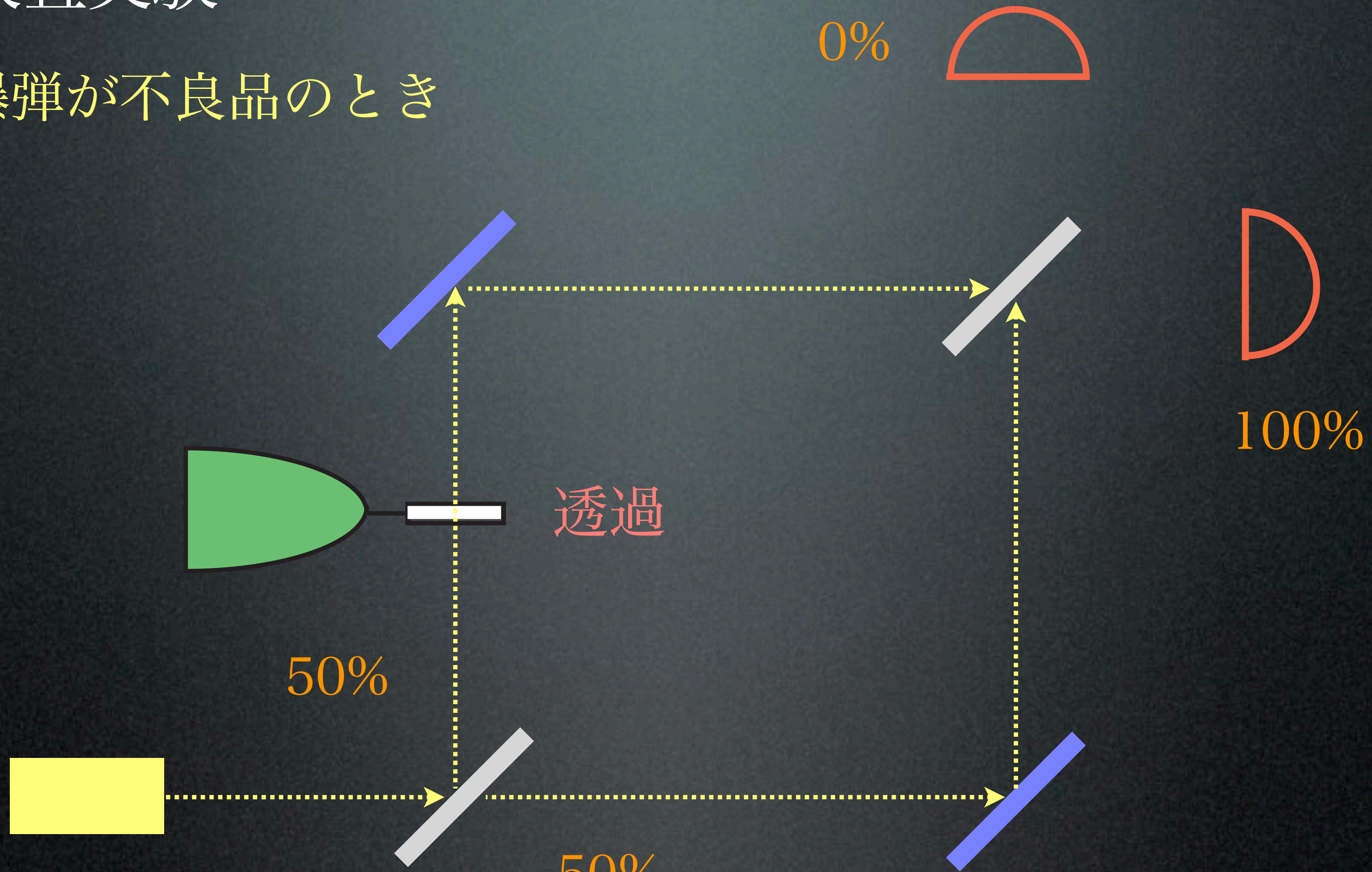
検査実験

爆弾が不良品のとき



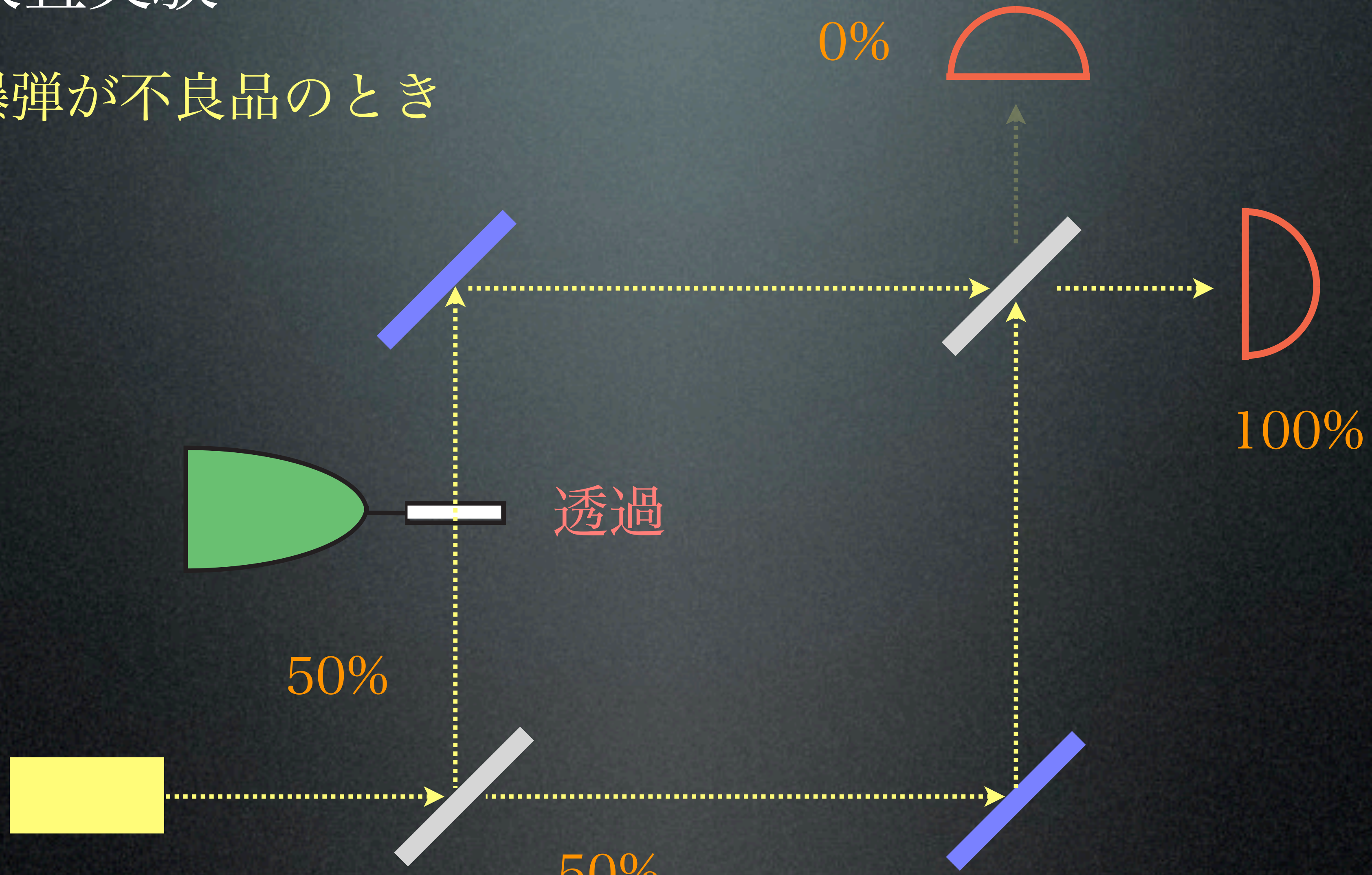
検査実験

爆弾が不良品のとき



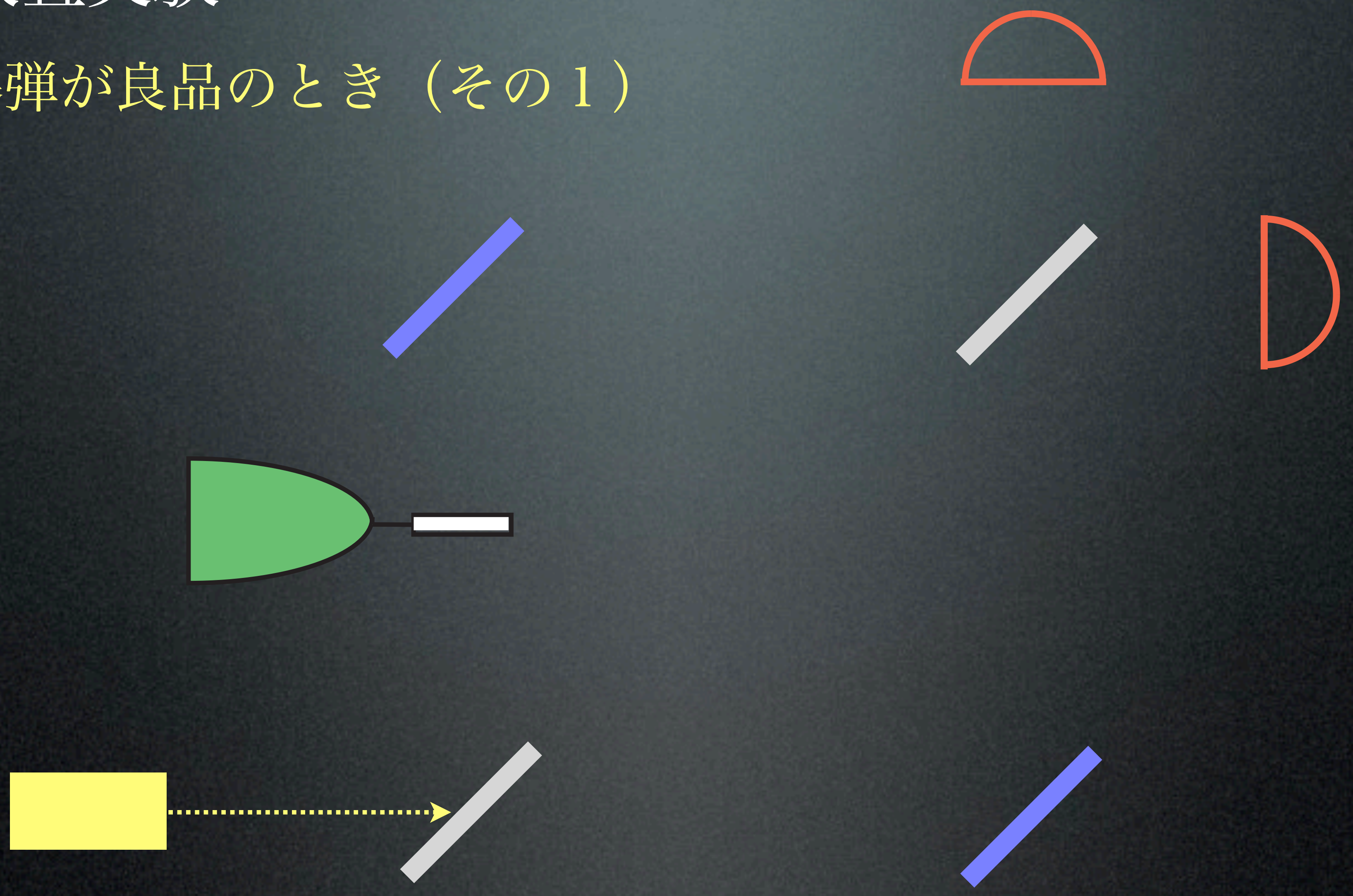
検査実験

爆弾が不良品のとき



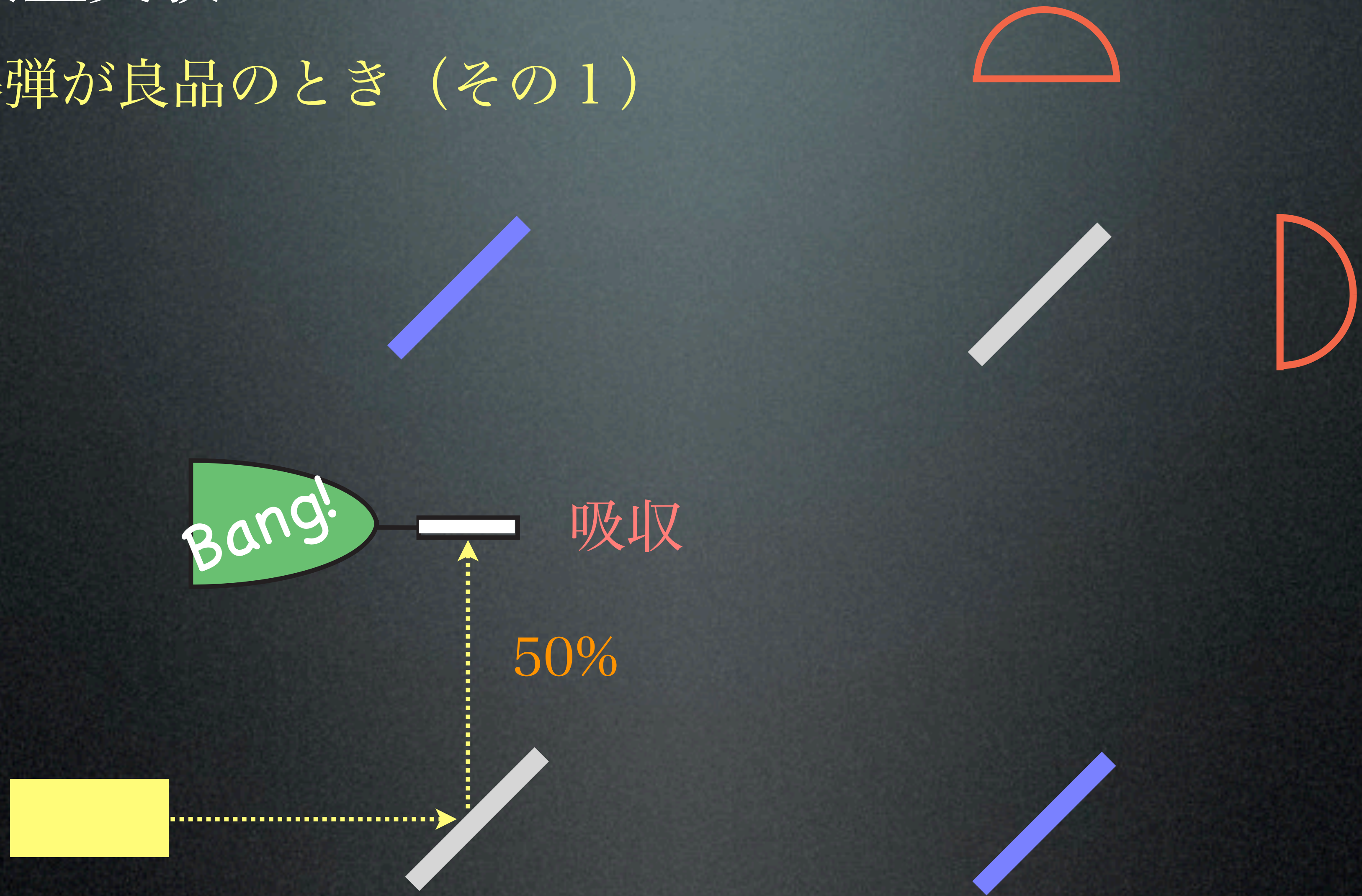
検査実験

爆弾が良品のとき（その１）



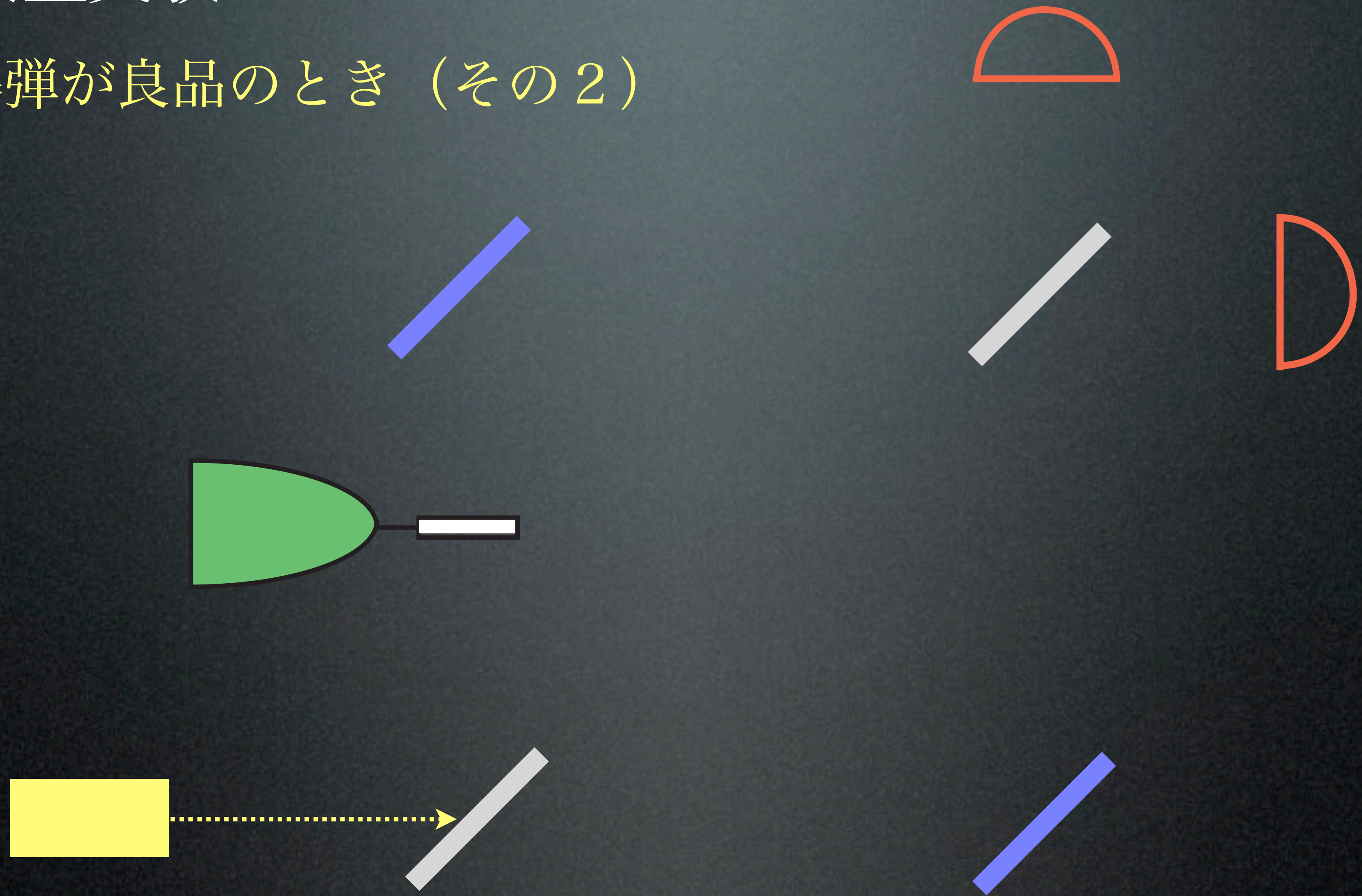
検査実験

爆弾が良品のとき（その１）



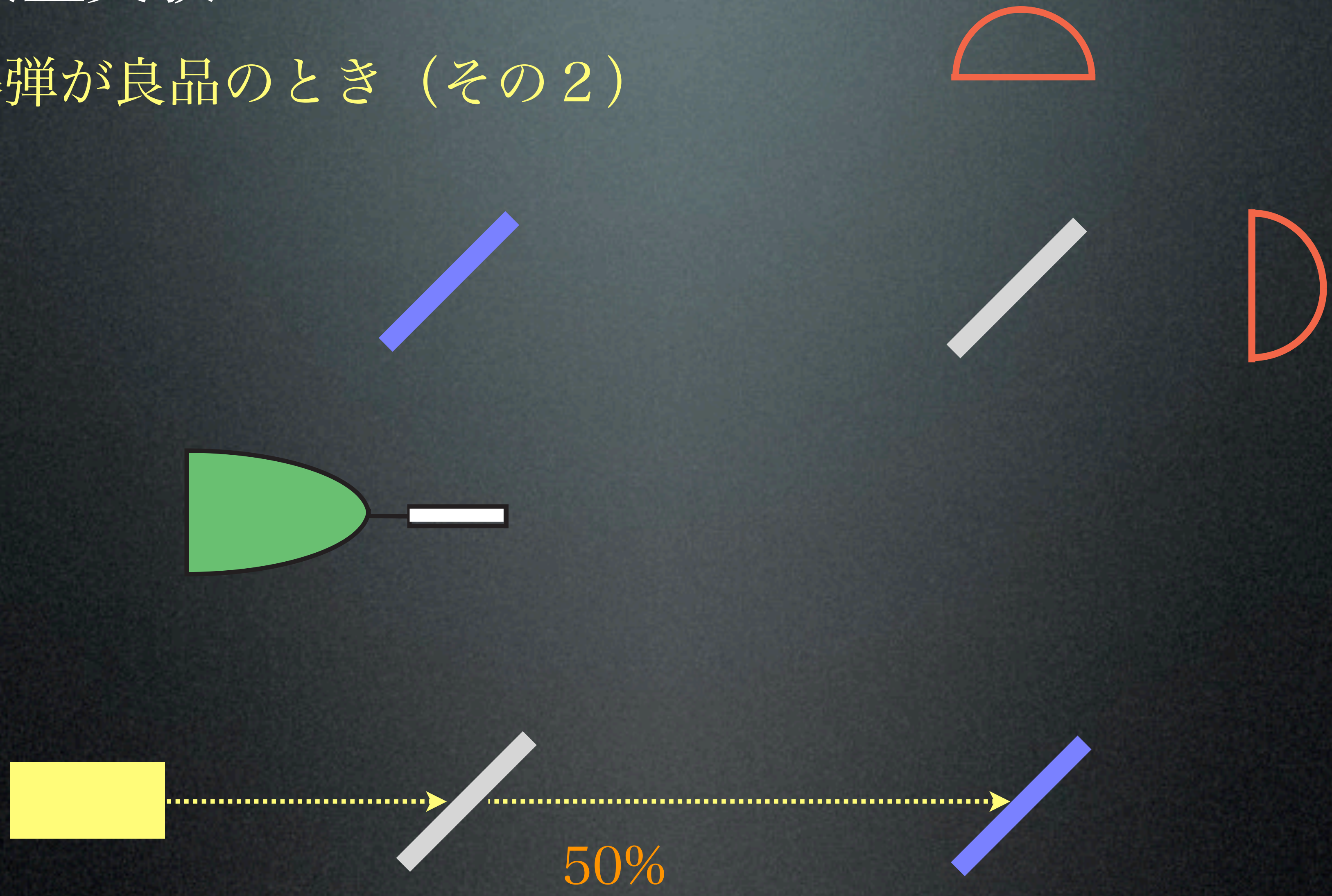
検査実験

爆弾が良品のとき（その２）



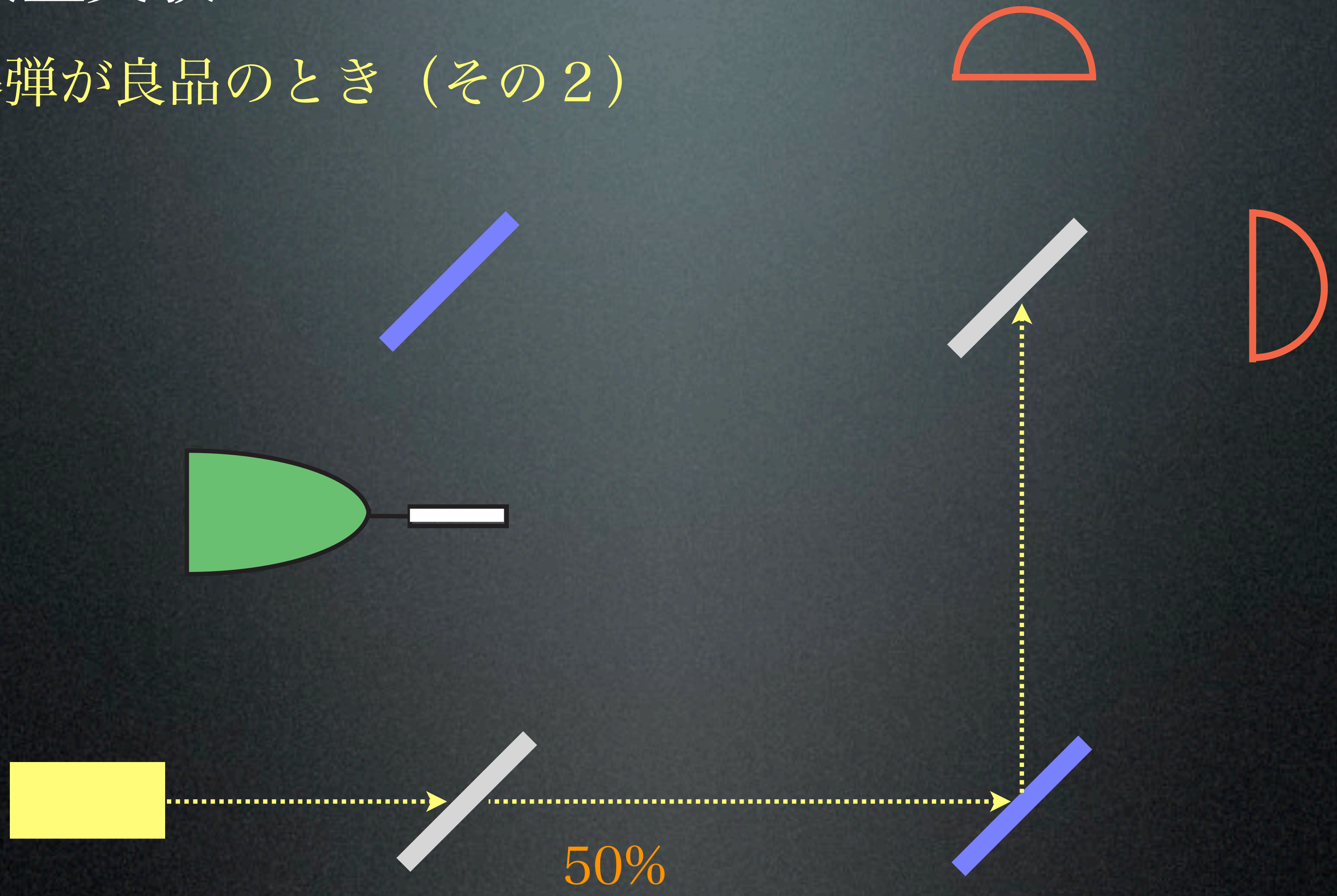
検査実験

爆弾が良品のとき（その２）



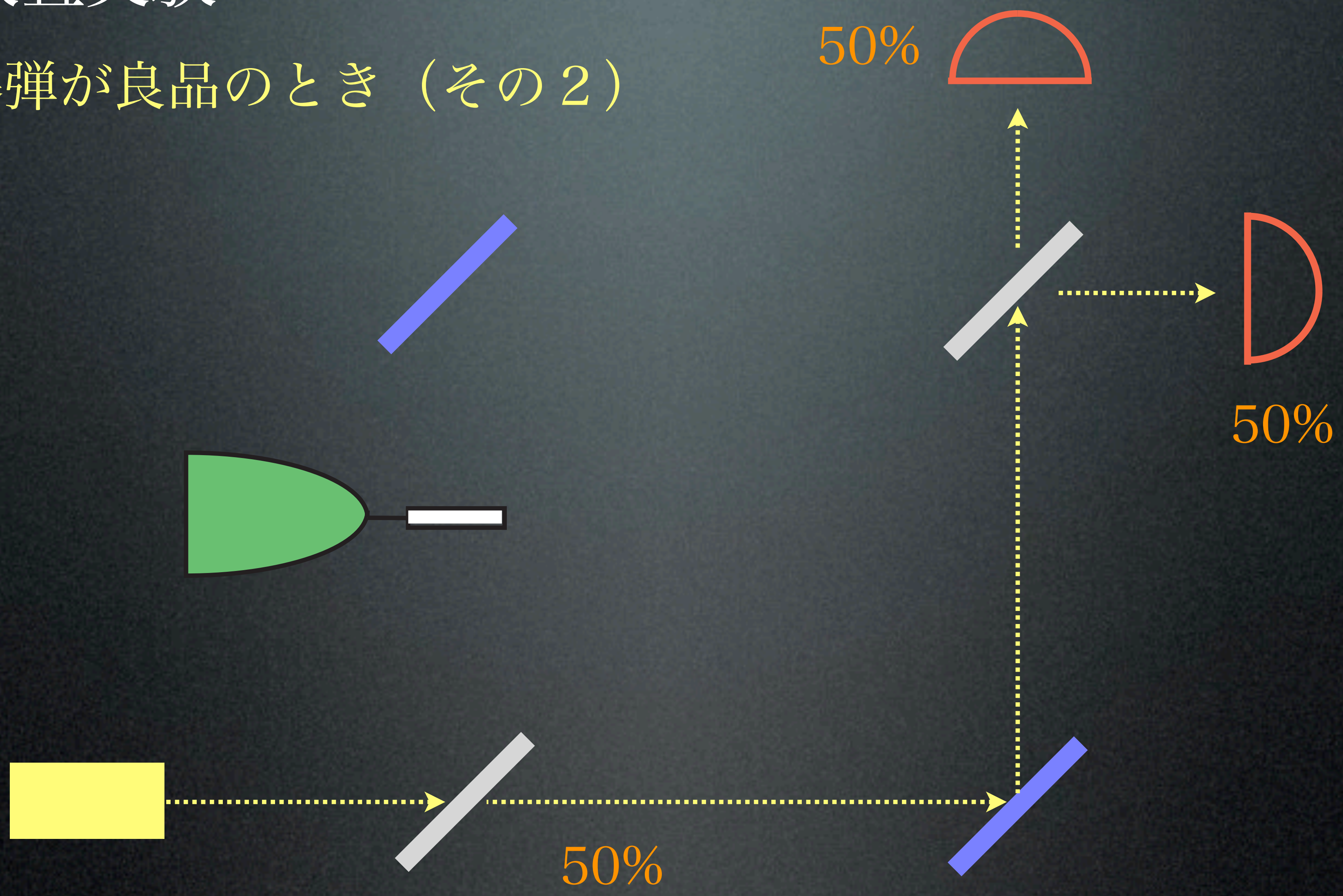
検査実験

爆弾が良品のとき（その２）



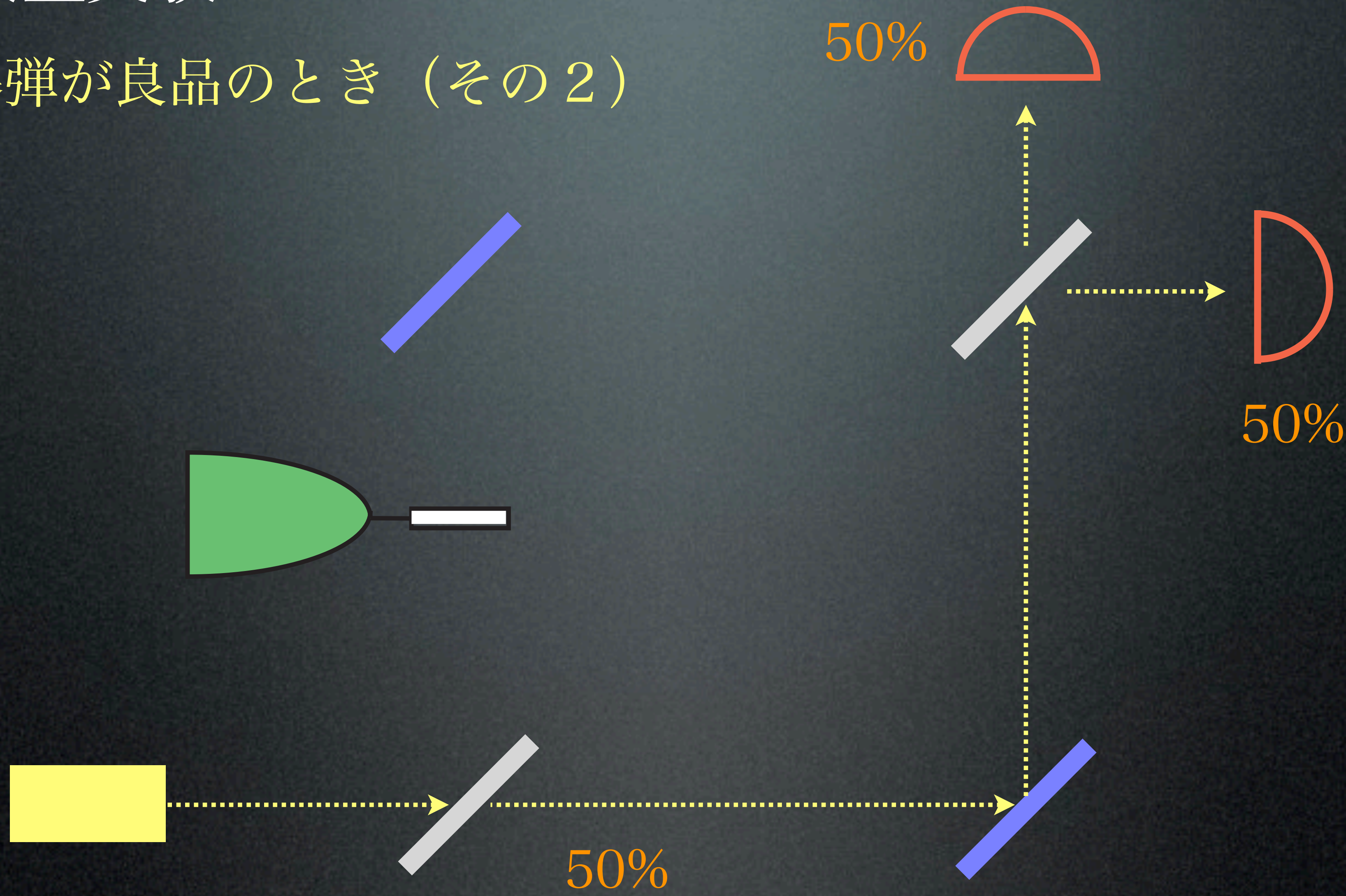
検査実験

爆弾が良品のとき（その２）



検査実験

爆弾が良品のとき（その２）



50% × 50% ＝ 25% の確率で良品を確認できる！

改良と実証

- 効率100%で爆弾の検証法　(1995: Kwiat 他)
- 効率50%以上での検証実験　(1998: Kwiat 他)

非相互作用測定 (interaction-free measurement)