

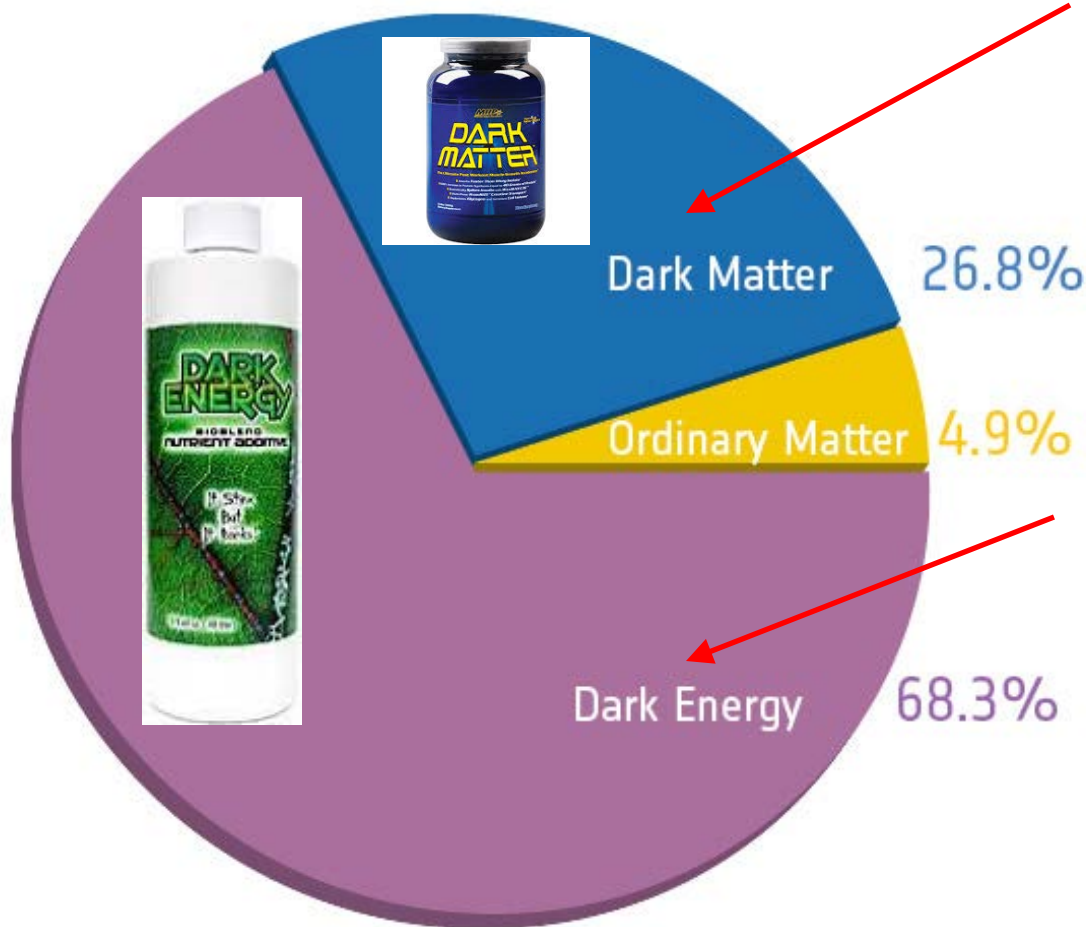
2014年11月8日, 京都

# 暗黒エネルギーと修正重力理論

辻川 信二  
(東京理科大学)



# 現在の宇宙のエネルギー組成



## 暗黒物質

重力収縮を起こし、宇宙の大規模構造の主役を担う。

## 暗黒エネルギー

負の圧力を持ち、重力収縮に打ち勝つ。

# 物質の性質を特徴づける状態方程式

状態方程式:  $w = P/\rho$   $P$  は圧力,  $\rho$  はエネルギー密度

膨張宇宙において, 連続方程式を満たす:

$$\dot{\rho} + 3H(1+w)\rho = 0$$

宇宙の膨張率  $H = \dot{a}/a$  と  $\rho$  との関係:

$$3H^2 = 8\pi G\rho$$

$w$  が一定のときこれらを解くと

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}$$

$$a \propto t^{2/[3(1+w)]} \quad (\text{宇宙のスケール因子の時間変化})$$

→  $\left\{ \begin{array}{l} \text{輻射優勢期 } (w = 1/3): \quad a \propto t^{1/2} \\ \text{物質優勢期 } (w = 0): \quad a \propto t^{2/3} \end{array} \right.$

ともに宇宙は  
減速膨張

# 宇宙の加速膨張

状態方程式が  $w < -1/3$  の物質が宇宙を支配すれば、宇宙は加速膨張する。

1998年: Riess, Schmidtらのグループ, Perlmutterらのグループ

遠方のIa型超新星までの光度距離の測定から、超新星が減速膨張の宇宙で予測される値よりも、遠くにあることを発見。



現在の宇宙が加速膨張をしていることを示唆。

1998年の最初の解析では、暗黒エネルギーの起源として、宇宙項 ( $w = -1$ ) を仮定し、非相対論的物質 ( $w = 0$ ) の現在の割合として次の制限を得た：

$$\Omega_m^{(0)} = 0.28_{-0.08}^{+0.09}$$

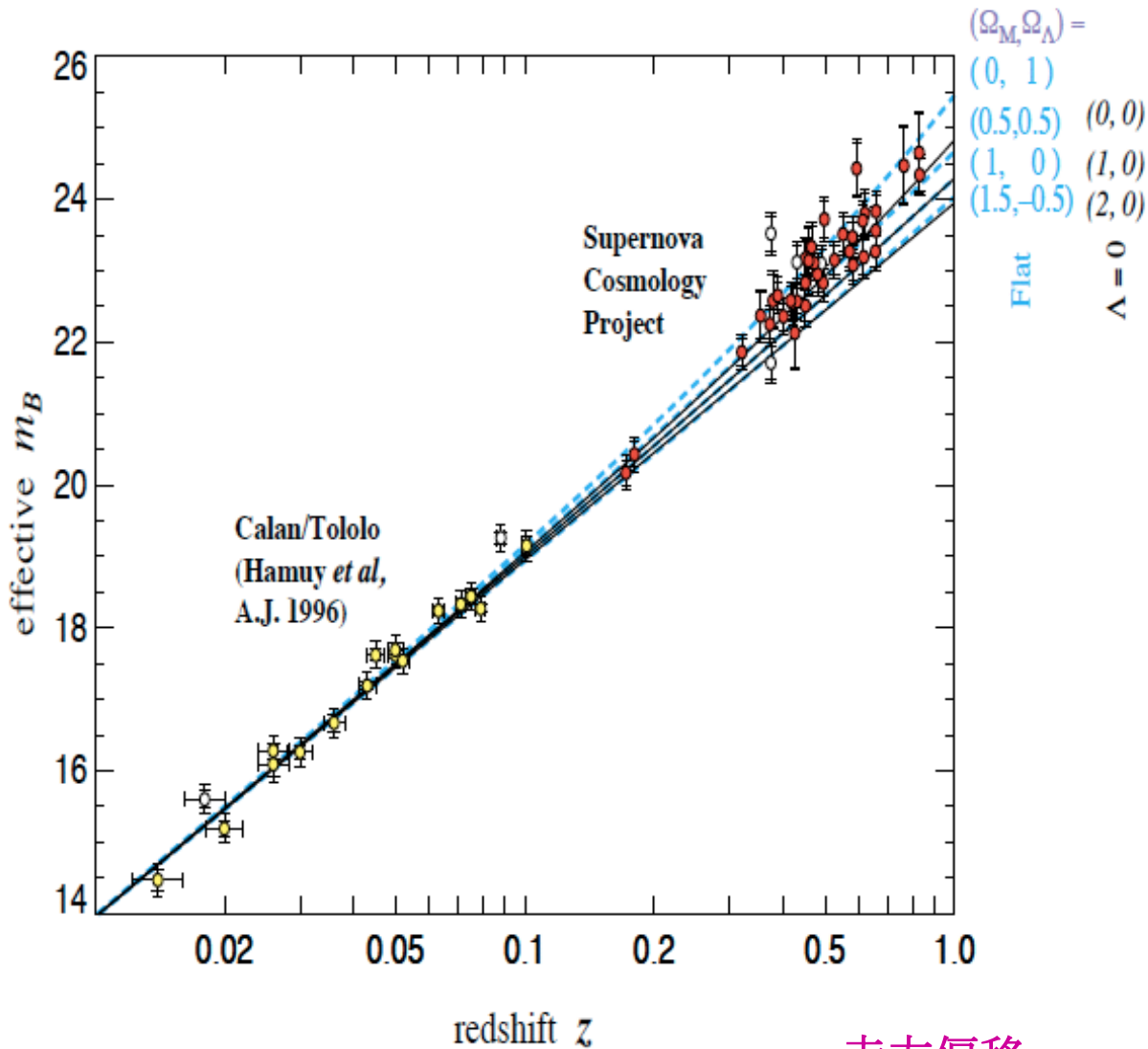
(1998 Perlmutter et al)



残りの約70%が  
暗黒エネルギー

# Perlmutter et al (1998)

等級  
(距離)



データは  
宇宙項が  
ある場合  
を好んで  
いた

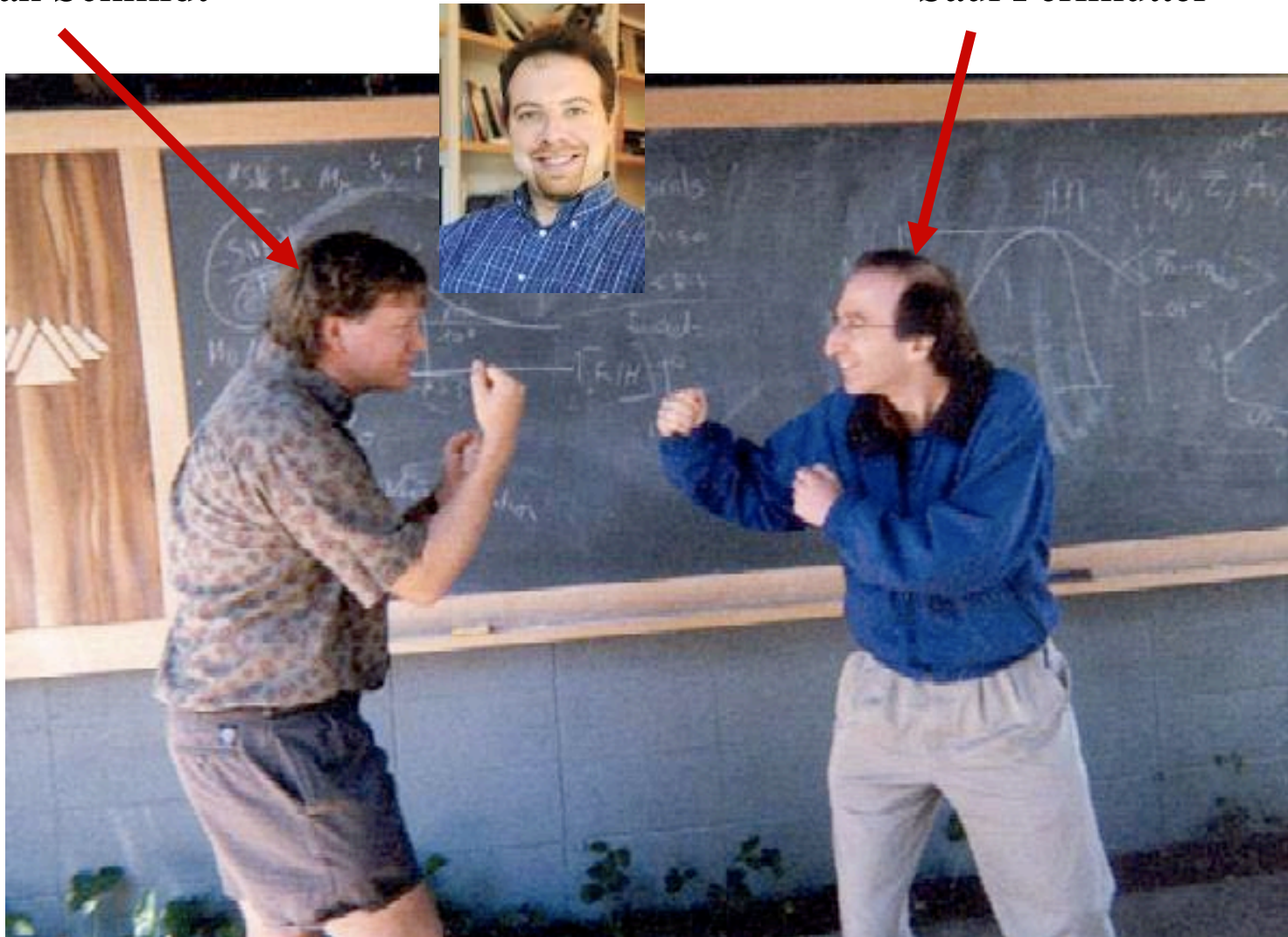
赤方偏移  
(速度)

# 2011年度ノーベル物理学賞

Brian Schmidt

Adam Riess

Saul Perlmutter



TEST FOR THE COSMOLOGICAL CONSTANT WITH  
THE NUMBER COUNT OF FAINT GALAXIES

M. FUKUGITA<sup>a)</sup>, F. TAKAHARA<sup>b)</sup>, K. YAMASHITA<sup>c)</sup>, AND Y. YOSHII<sup>d)</sup>

*Research Institute for Fundamental Physics, Kyoto University<sup>a)</sup>  
Kyoto 606, Japan*

*Department of Physics, Tokyo Metropolitan University<sup>b)</sup>  
Setagaya, Tokyo 158, Japan*

*Department of Physics, Kyoto University<sup>c)</sup>  
Kyoto 606, Japan*

*National Astronomical Observatory<sup>d)</sup>  
Mitaka, Tokyo 181, Japan*



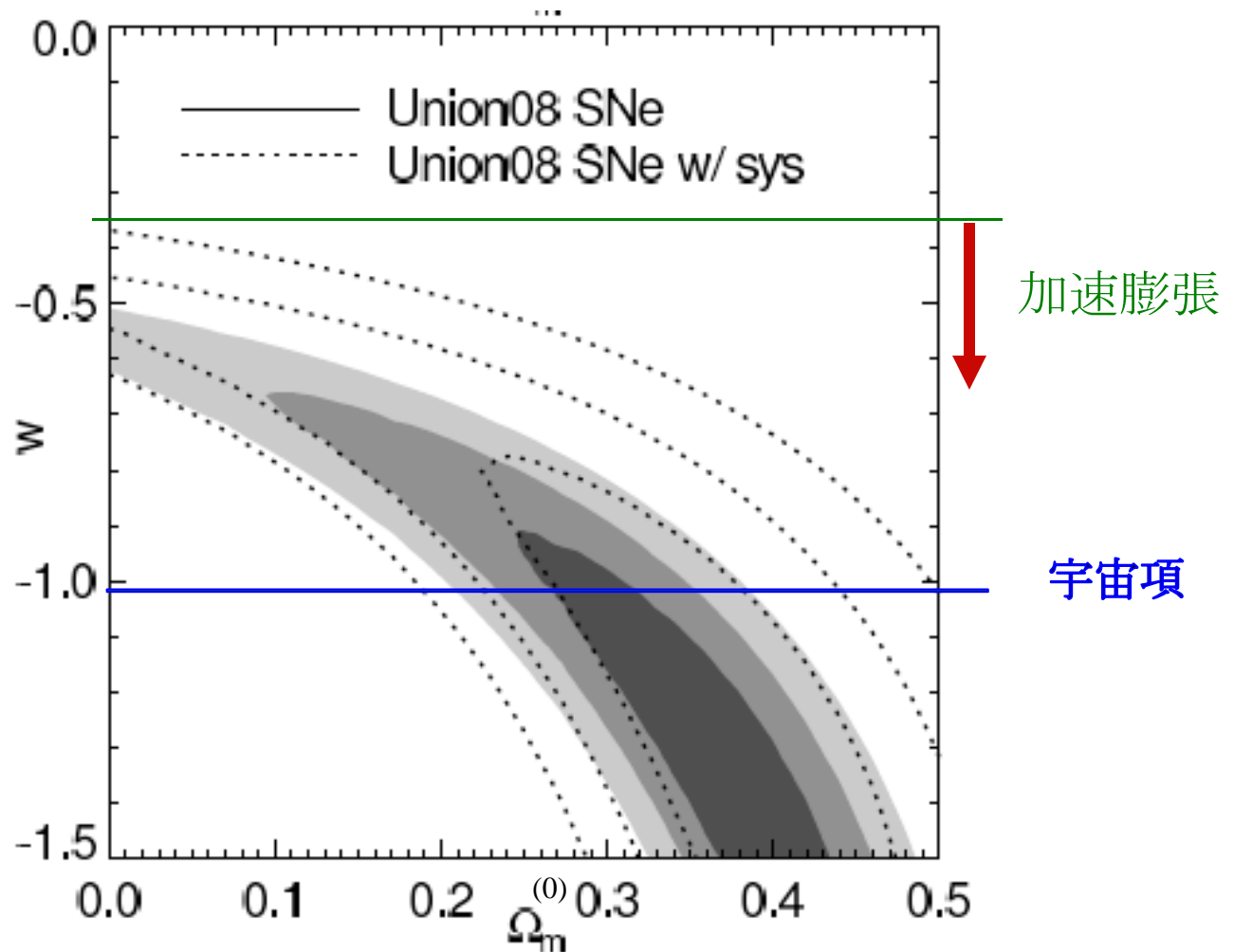
実は,1990年に  
すでに,宇宙項  
が存在する方が  
銀河数の観測と  
合うという論文  
が書かれていた  
(Fukugita et al).

**ABSTRACT**

Cosmological models are tested against the recent observations of the number count of faint galaxies by Tyson and of the redshift distribution of moderately faint galaxies by Broadhurst, Ellis and Shanks, particularly with the purpose to examine whether a finite cosmological constant is allowed. We have found that these data favour the low density universe ( $\Omega_0 \lesssim 0.1$ ) and that the high density universe ( $\Omega_0 \gtrsim 0.5$ ) is strongly disfavoured. Furthermore, it is shown that the best agreement with the data is obtained with a sizable cosmological constant, including the case of zero curvature model ( $\Omega_0 + \lambda_0 = 1$ ) as predicted by inflation.

# Ia型超新星(SNe)のデータのみからの暗黒エネルギーの制限

$w$  と  $\Omega_m^{(0)}$  への制限は強くないが加速膨張の証拠 ( $w < -1/3$ ) は見えている。



(現在の非相対論的物質の割合)



# 暗黒エネルギーの存在の他の観測的な証拠

超新星以外にも、暗黒エネルギーの存在は様々な独立な観測で確認されている。

## 1. 宇宙背景輻射: CMB

(2003年 WMAP, 2013年Planck)

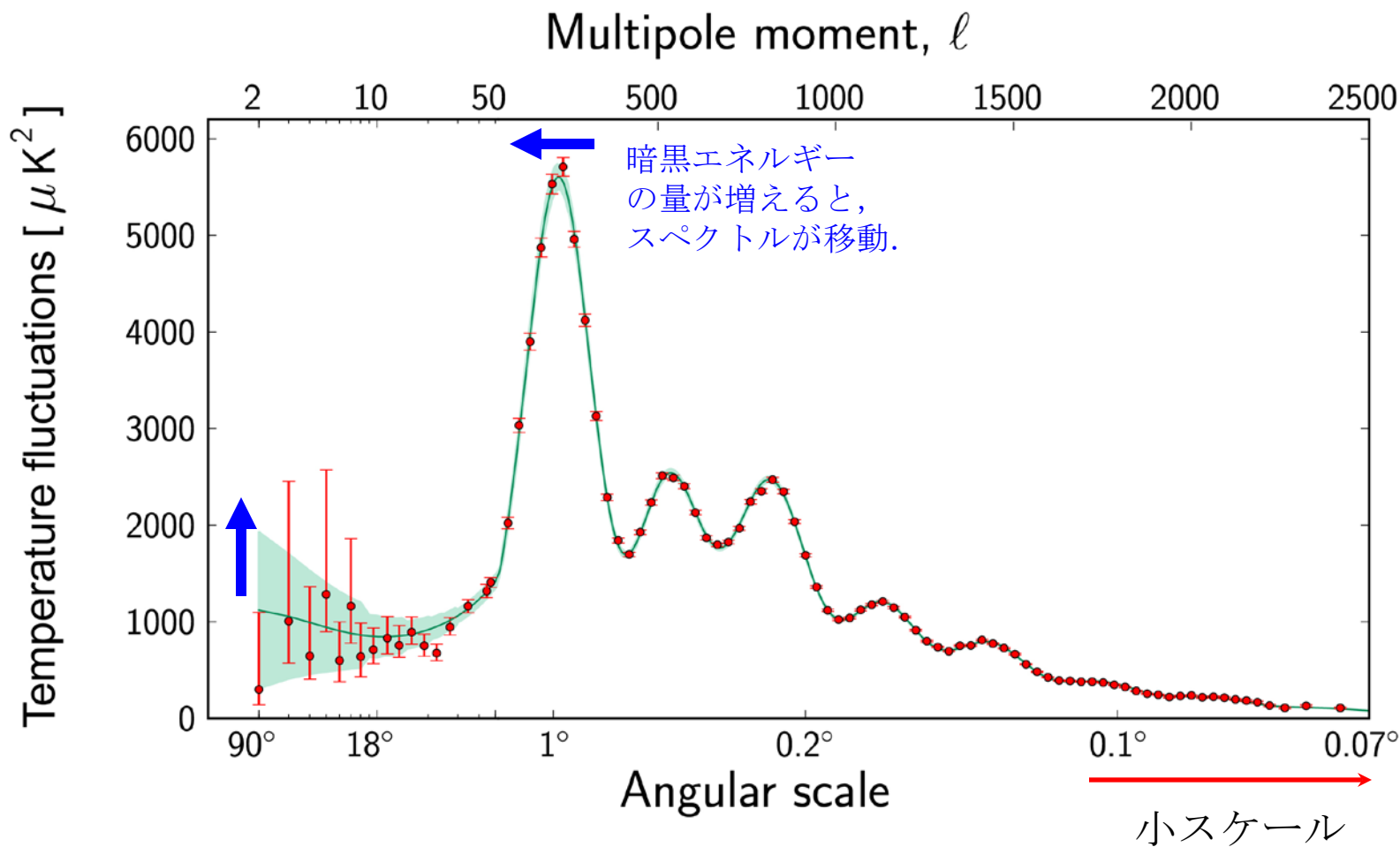
光子の宇宙初期の音響振動が、温度揺らぎとして観測される。CMBの温度揺らぎは、過去から現在までの宇宙の膨張史を反映するので、暗黒エネルギーの性質に制限がつけられる。

## 2. バリオン音響振動 (BAO)

(2005年 宇宙の大規模構造の観測で発見)

バリオンと光子が強く結合しているときの音響振動の名残。CMBのバリオンヴァージョン。

# Planck衛星の観測によるCMBの温度揺らぎのスペクトル (2013)



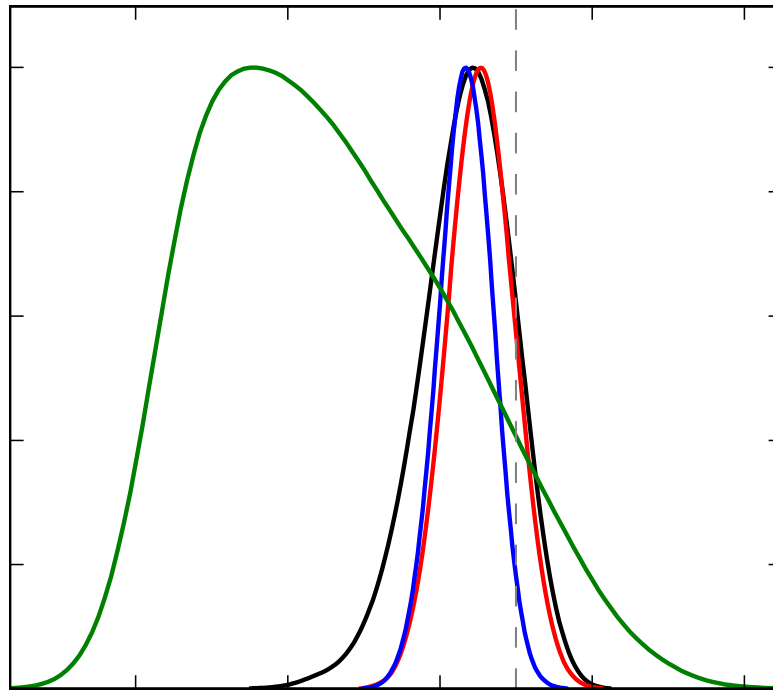
# CMB, BAO, SNe による暗黒エネルギーの状態方程式の制限

Planck: プランク衛星によるCMBデータ

WP : WMAP衛星による偏光のデータ

BAO: バリオン音響振動のデータ

SNLS, Union2.1: Ia型超新星のデータ



$w$  の確率分布

平坦な宇宙での  $w$  の制限は

$$w = -1.13^{+0.24}_{-0.25}$$

(95 %, Planck + WP + BAO)

$$w = -1.13^{+0.13}_{-0.14}$$

(95 %, Planck + WP + SNLS)

$$w = -1.24^{+0.18}_{-0.19}$$

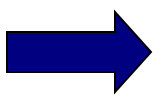
(95 %, Planck + WP +  $H_0$ )

宇宙項 ( $w = -1$ ) は最適な  
場合でなく、むしろ  $w < -1$   
の領域が好まれる傾向にある

# 暗黒エネルギーの起源の候補

## ● 最も単純な候補：宇宙項

状態方程式  $w = -1$



もし宇宙項の起源が素粒子論に基づく真空のエネルギーである  
とすると、暗黒エネルギースケールよりも桁違いに大きい。

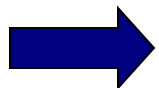
## ● 状態方程式が時間変化する模型 (dynamical models)

$w \neq -1$

Quintessence, k-essence, chaplygin gas, coupled dark energy,  
f(R) gravity, scalar-tensor theories, DGP model, Galileon,  
massive gravity, Lorentz violating model...

## ● みかけの加速膨張

宇宙の非一様性によって、みかけの宇宙の加速膨張を起こす。



しかし、全ての観測を矛盾なく説明するのが困難。

# 宇宙項問題

**Cosmo-illogical** constant problem (by Rocky Kolb)

観測されている暗黒エネルギー密度は,

$$\rho_{\Lambda} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 10^{-47} \text{ GeV}^4 \quad (H_0 \approx 10^{-42} \text{ GeV})$$

プランク質量をカットオフにとると, 真空のエネルギー密度は,

$$\rho_{vac} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{m_{pl}} d^3k \frac{1}{2} \sqrt{k^2 + m^2} \approx 10^{74} \text{ GeV}^4$$

観測値よりも  $10^{121}$  倍も大きい

Weinberg bound (1987)

$$-10^{-123} m_{pl}^4 < \rho_{\Lambda} < 3 \times 10^{-121} m_{pl}^4$$

現在の宇宙の密度  
をキャンセルしない。

宇宙項の密度が物質  
の密度を越えない。

S. Weinberg

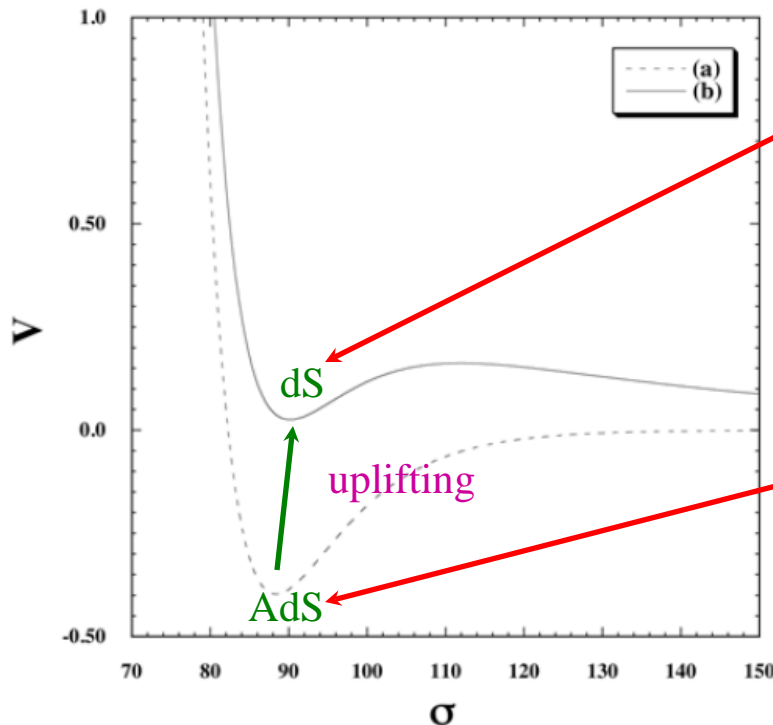


# 超弦理論での真空

超弦理論の枠組で、正の真空エネルギーを実現することは可能。

例. **Kachru-Kalosh-Linde-Trivedi (KKLT) scenario**

タイプII超弦理論でのフラックスコンパクト化.



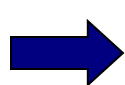
2. ワープした喉の先端にある反D3ブレーンによる正のエネルギーによって、de Sitter真空が生じる。



1. 全てのモジュライ場を、anti de Sitter真空にまず安定化。

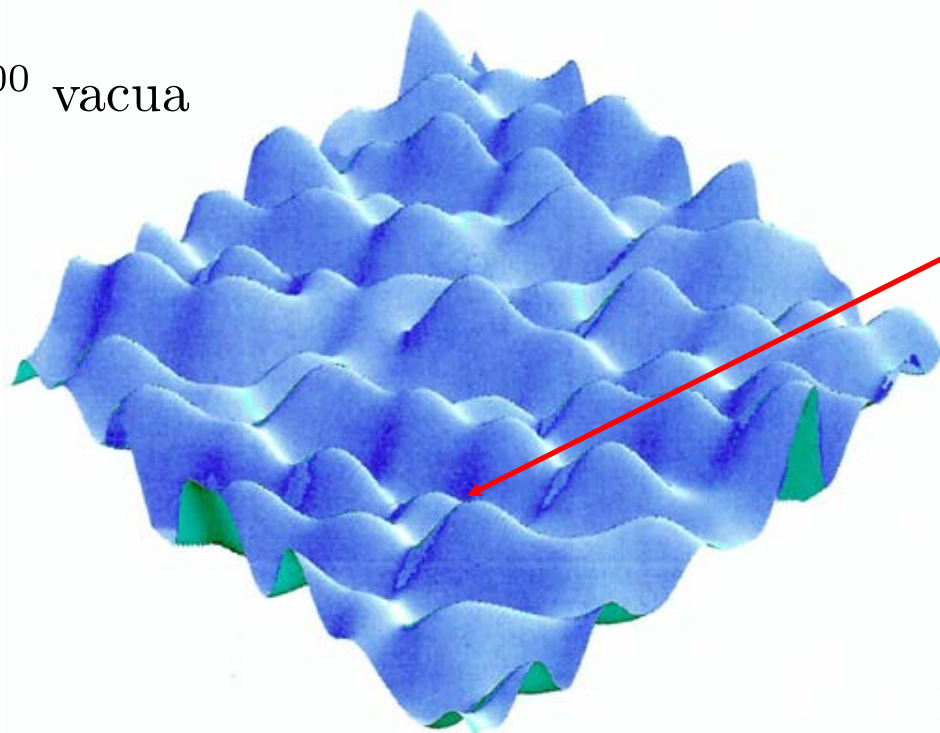
# String Landscape

De Sitter真空のエネルギースケールは、フラックス数などのパラメータによる。パラメータの選び方によって、無数の異なるエネルギーをもつ真空が現れる。



そのような無数の真空のうち、我々はたまたまエネルギーの非常に小さい真空に住んでいる？ (anthropic selection)

$10^{500}$  vacua



We may be here?

# Dynamical dark energy models (宇宙項以外の可能性)

$$w \neq -1$$

大きく分けて、2つのアプローチがある

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (\text{アインシュタイン方程式})$$

↑  
アインシュタイン  
テンソルを変更

↙  
エネルギー運動量  
テンソルを変更

## (i) 修正重力理論

$$w < -1 \text{ が可能}$$

**f(R) gravity,**  
**Brans-Dicke theory,**  
**DGP Braneworlds,**  
**Galileon gravity,**  
**Massive gravity**

.....

## (ii) 修正物質理論

$$w > -1 \text{ (ゴーストでない限り)}$$

**Quintessence,**  
**K-essence,**  
**Chaplygin gas,**  
**Coupled dark energy,**  
**.....**



# 修正物質理論の代表例

Fujii, Wetterich,  
Chiba, Sugiyama, Nakamura,  
Caldwell, Dave, Steinhardt

## Quintessence

ポテンシャル  $V(\phi)$  を持つ正準スカラー場  $\phi$

Lagrangian:  $L = X - V(\phi)$        $X = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi / 2$

➡  $\left\{ \begin{array}{l} \text{圧力: } P = \dot{\phi}^2 / 2 - V(\phi) \\ \text{密度: } \rho = \dot{\phi}^2 / 2 + V(\phi) \end{array} \right.$

➡  $w = \frac{\dot{\phi}^2 / 2 - V(\phi)}{\dot{\phi}^2 / 2 + V(\phi)}$        $\dot{\phi}^2 / 2 \ll V(\phi)$  ならば  $w$  が  $-1$  に近く、加速膨張が可能.

$w$  は時間的に変化するが、常に  $w > -1$  の領域にある.

運動エネルギー  $\dot{\phi}^2 / 2$  の項が負ならば、 $w < -1$  が実現するが、それはゴーストに対応

➡ ハミルトニアンが下に有界でなく、真空が不安定になる深刻な問題をもつ.

➡ この場合は回避すべし.

# Quintessence模型の分類

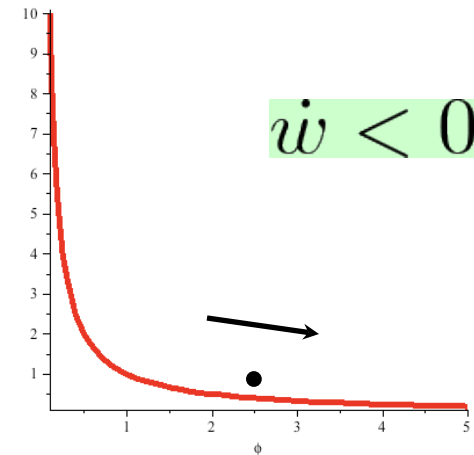
Caldwell and Linder (2003)

## (A) Freezing模型

ポテンシャルが徐々に平坦になり、  
 $w$  が  $-1$  に向けて減少していく。

例  $V(\phi) = M^{4+n}\phi^{-n}$ , ( $n > 0$ )

超対称性QCD模型のフェルミオン凝縮  
などで現れる。



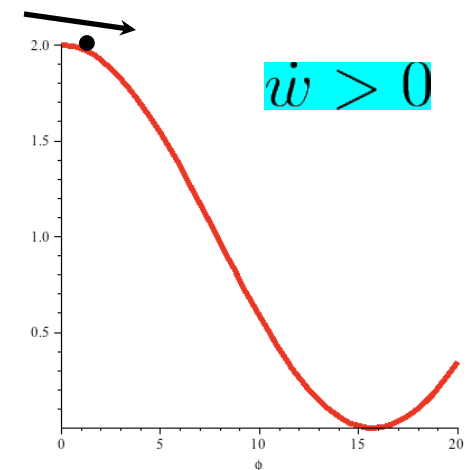
## (B) Thawing模型

場が過去にはほぼ凍結していて、現在近くになっ  
て動きだし、 $w$  が  $-1$  から増加を始める。

例  $V(\phi) = \mu^4 [1 + \cos(\phi/f)]$

Pseudo-Nambu-Goldstone-Boson

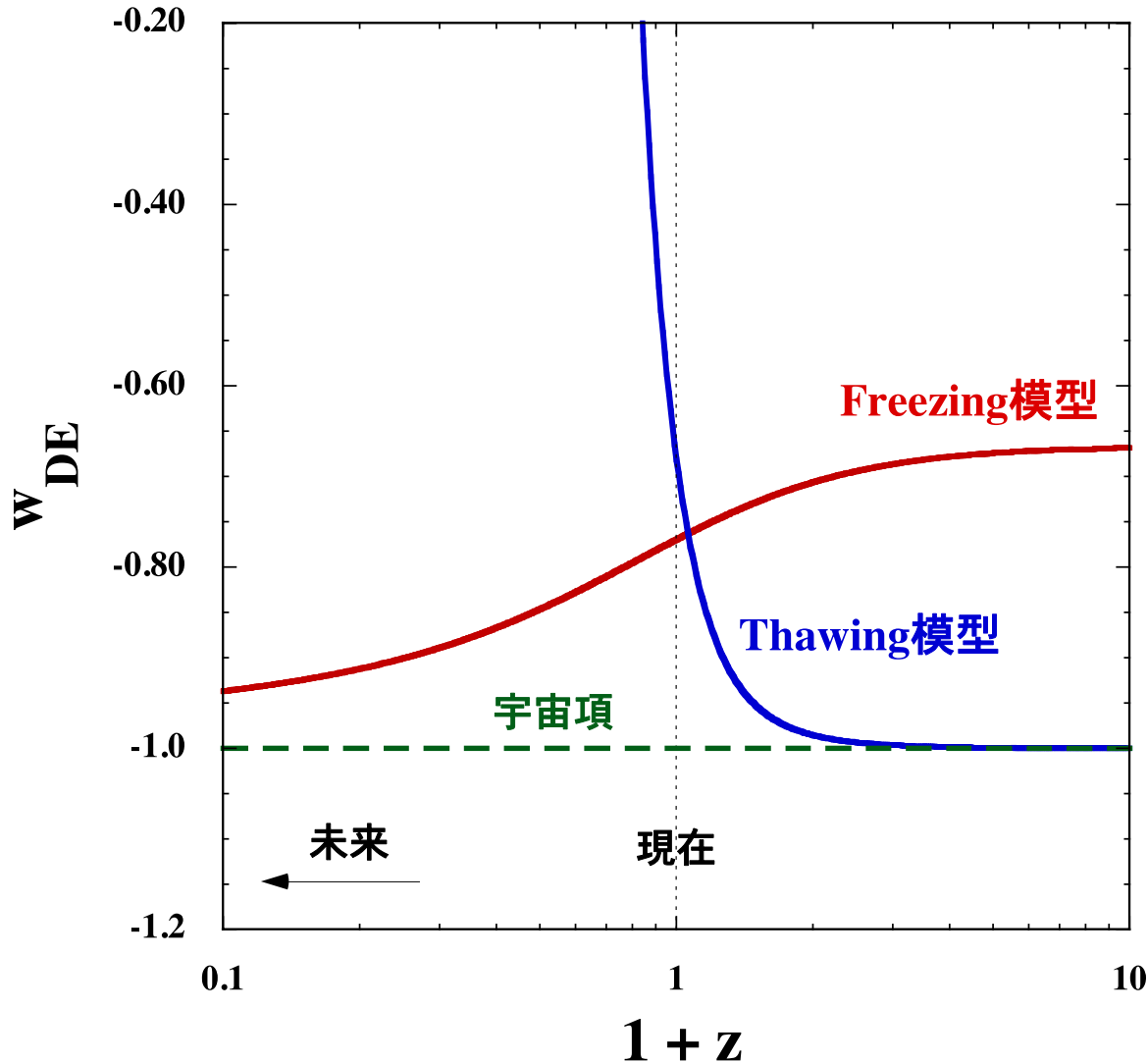
この場合、放射補正は  $\mu^4$  に比例して抑制され、  
理論的に好ましい。



# Freezing模型とThawing模型の状態方程式の変化

Chiba, De Felice, ST (2012)

最新の観測からの制限では、



1.  
Freezing 模型は、観測的に  
好まれない

2.  
Thawing 模型は、現在の  
 $w$  が  $-0.7$  よりも小さ  
い必要がある

3.  
ただし、thawing 模型が  
宇宙項よりも統計的に  
好まれるという有意な  
証拠はない

# 修正重力理論

ゴーストを回避しつつ、 $w < -1$  を実現することが可能。  
一般相対論の作用は、

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} R + S_m$$

$R$  はスカラー曲率,  
 $S_m$  は物質場の作用



何らかの形で、 $R$  に修正を加える。

1.  $f(R)$  理論:  $R$  に関する非線形関数の Lagrangian
2. ブランス・ディッケ理論:  $R$  とスカラー場  $\phi$  の結合  $\phi R$
3. DGP ブレーンワールド: 余剰次元への重力の伝搬が起こる
4. ガリレオン: ラグランジアンがガリレイ変換  $\partial_\mu \phi \rightarrow \partial_\mu \phi + b_\mu$  に関する対称性を満たす
5. Massive gravity: 重力子が質量をもつ。

# 修正重力理論の満たすべき要請

1. 大スケールで、重力理論の修正で宇宙の後期加速膨張を実現.

➡ De Sitter 的なアトラクター解 ( $H = \text{一定}$ ) を持つのが理想

2. 太陽系のような宇宙の局所領域で、一般相対論的な特徴を回復.

スカラー自由度の持つ有効ポテンシャル(カメレオン機構)または自己相互作用(ヴァインシュタイン機構)によって、第5の力の伝搬の抑制が可能.

3. ゴーストを回避

4. 摂動の不安定性(タキオン, ラプラシアン型)を回避

# f(R) gravity

Capozziello et al (2003)  
Carroll et al (2003)

1.  $df/dR > 0$   $\longrightarrow$  ゴーストを回避
2.  $df^2/dR^2 > 0$   $\longrightarrow$  タキオンの不安定性を回避
3.  $f(R) \rightarrow R - 2\Lambda$  for  $R \gg R_0$   $\longrightarrow$  宇宙の局所領域で一般相対論を再現  
( $R_0 \approx H_0^2$ : 現在の宇宙での曲率)
4.  $0 < Rf_{,RR}/f_{,R} < 1$  at  $Rf_{,R} = 2f$   
 $\longrightarrow$  安定なde Sitter解の存在

これらを満たす現象論的に有効なモデルとして,

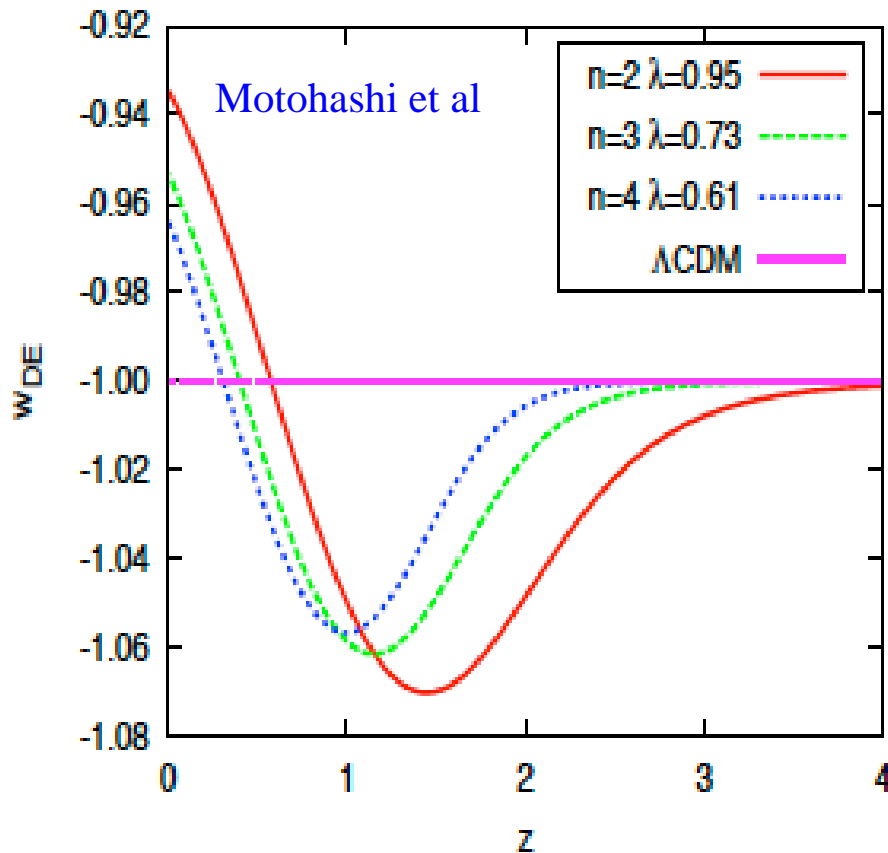
$$\left\{ \begin{array}{ll} f(R) = R - \lambda R_0 [1 - (1 + R^2/R_0^2)^{-n}] & (n > 0) \quad (\text{Starobinsky, 2007}) \\ f(R) = R - \lambda R_0 \tanh(R/R_0) & (\text{ST, 2007}) \end{array} \right.$$

宇宙項モデル  $f(R) = R - \Lambda$  と異なり,  $f(R=0) = 0$  を満たす。

# f(R) gravityにおける暗黒エネルギーの状態方程式

ゴーストや不安定性が現れずに、 $w_{\text{DE}} < -1$  を実現することが可能。

$$f(R) = R - \lambda R_0 \left[ 1 - \left( 1 + R^2/R_0^2 \right)^{-n} \right] \quad (n > 0) \quad (\text{Starobinsky model})$$



最近の観測データによる統計解析では、このように  $w_{\text{DE}} < -1$  の領域にある模型の方が、宇宙項 ( $w_{\text{DE}} = -1$ ) よりも好まれている。

# Dvali-Gabadadze-Porrati (DGP) braneworld

5次元バルクに埋め込まれた3-ブレーン

➔ 重力はバルクにも伝搬する.

3-ブレーン上での膨張宇宙での式は,

$$H^2 - \frac{H}{r_c} = \frac{8\pi G}{3} \rho_m$$

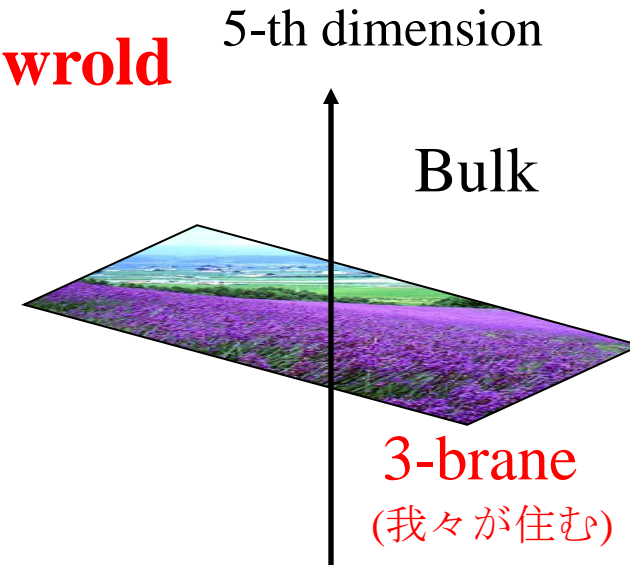
where  $r_c = \frac{M_{(4)}^2}{2M_{(5)}^3}$  ( $M_{(4)}$ ,  $M_{(5)}$  are 4- and 5-dimensional Planck masses)

このモデルでは, de Sitter attractorが存在する:  $H \rightarrow H_{\text{dS}} = 1/r_c$

ただし, DGPモデルは以下の問題点を持つ.

1. ゴーストが存在.

2. SNe, CMB, BAOの観測データの統合解析と合わない.





# Galileons

Nicolis et al (2008)  
Deffayet et al (2009)

DGP模型では、ブレーンの曲がりに相当する場から自己相互作用

$$\square\phi(\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi) \quad \text{が現れる.}$$

- ➡ この項による場の方程式は、ガリレイ変換  $\partial_\mu\phi \rightarrow \partial_\mu\phi + b_\mu$  に関して不変.
- ➡ このようなガリレイ対称性をMinkowski時空においてもつのは、以下の5項に限られる:

$$\mathcal{L}_1 = M^3\phi, \quad \mathcal{L}_2 = (\nabla\phi)^2, \quad \mathcal{L}_3 = (\square\phi)(\nabla\phi)^2/M^3,$$

$$\mathcal{L}_4 = (\nabla\phi)^2 [2(\square\phi)^2 - 2\phi_{;\mu\nu}\phi^{;\mu\nu} - R(\nabla\phi)^2/2] /M^6,$$

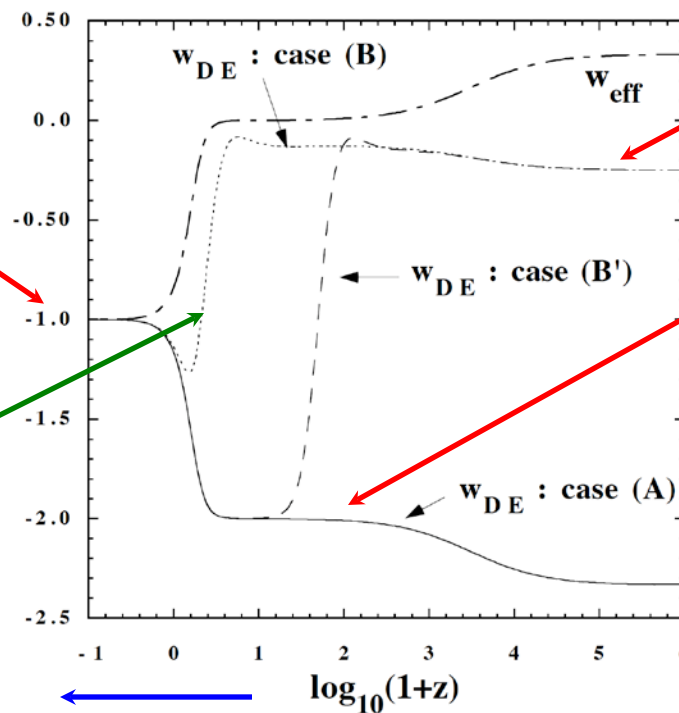
$$\mathcal{L}_5 = (\nabla\phi)^2 [(\square\phi)^3 - 3(\square\phi)\phi_{;\mu\nu}\phi^{;\mu\nu} + 2\phi_{;\mu}{}^\nu\phi_{;\nu}{}^\rho\phi_{;\rho}{}^\mu - 6\phi_{;\mu}\phi^{;\mu\nu}\phi^{;\rho}G_{\nu\rho}] /M^9$$

このような項全てを考慮すると、ゴーストを回避し、かつSNe, CMB, BAOの観測の制限を満たすパラメータ領域が存在する.

# Galileon cosmology

$\dot{\phi} \propto H^{-1}$  で特徴づけられるトラッカー解が存在し，その解に沿って  
暗黒エネルギーの状態方程式は以下のように変化する：

$$w_{\text{DE}} = -7/3 \text{ (radiation)} \rightarrow w_{\text{DE}} = -2 \text{ (matter)} \rightarrow w_{\text{DE}} = -1 \text{ (de Sitter)}$$



Initial conditions  
with  $\dot{\phi}_{\text{dS}} H_{\text{dS}} \ll \dot{\phi} H$

de Sitter アトラクター

トラッカー解  
( $\dot{\phi}_{\text{dS}} H_{\text{dS}} = \dot{\phi} H$ )

トラッカーに宇宙進化の後期に近づく解は観測データと合う。

(Nesseris, De Felice, ST,  
2010)

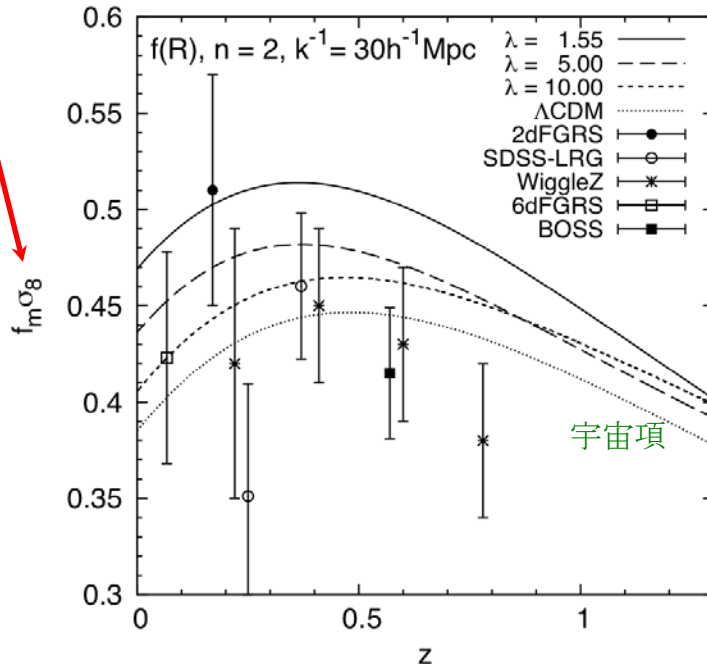
未来

# 宇宙の大規模構造の観測からの制限 Okada, Totani, S.T. (2012)

修正重力理論では、重力的な結合が一般相対論よりも大きく、大規模構造に関する物質揺らぎの成長率も大きくなるため、観測から制限がつく。

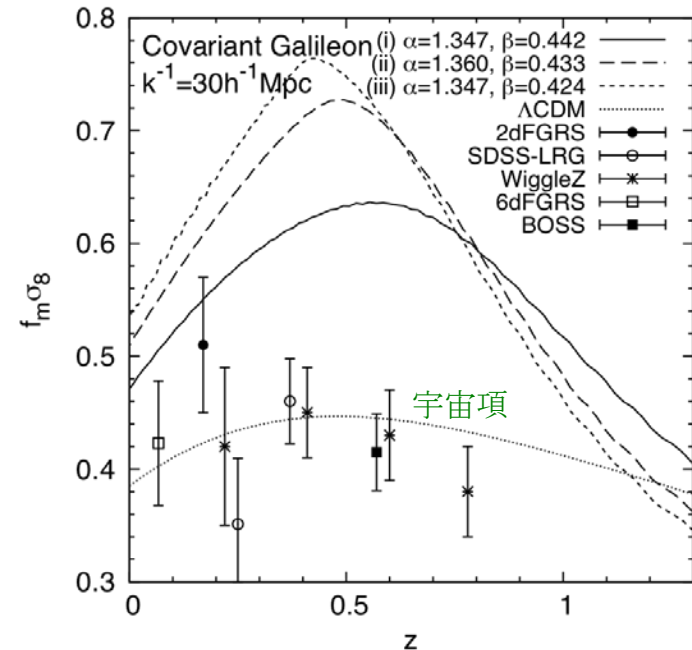
物質揺らぎの成長率

## (1) $f(R)$ gravity



観測的に許されるパラメータの範囲はある。

## (2) Galileons



物質揺らぎの成長率は大きいですが、許容されるパラメータ領域は狭いながら存在する。

Neveu et al (2013)

## 2階微分までに保たれる最も一般的なスカラーテンソル理論

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [G_2(\phi, X) - G_3(\phi, X) \square \phi + \mathcal{L}_4 + \mathcal{L}_5]$$

Horndeski (1974)  
Deffayet et al (2011)  
Charmousis et al (2011)  
Kobayashi et al (2011)

$$\mathcal{L}_4 = G_4(\phi, X) R + G_{4,X} [(\square \phi)^2 - (\nabla_\mu \nabla_\nu \phi) (\nabla^\mu \nabla^\nu \phi)]$$

$$\mathcal{L}_5 = G_5(\phi, X) G_{\mu\nu} (\nabla^\mu \nabla^\nu \phi) - \frac{1}{6} G_{5,X} [(\square \phi)^3 - 3(\square \phi) (\nabla_\mu \nabla_\nu \phi) (\nabla^\mu \nabla^\nu \phi) + 2(\nabla^\mu \nabla_\alpha \phi) (\nabla^\alpha \nabla_\beta \phi) (\nabla^\beta \nabla_\mu \phi)]$$

Galileonsの拡張として、Deffayetらが2011年に導出したが、同じLagrangianがHorndeskiによって1974年に導かれていたことが明らかになった。

Horndeski Lagrangianは、f(R) gravity, Galileons, Brans-Dicke 理論を始めとするほとんどの修正重力理論を含んでいる。



理論的、および将来の精度の良い観測の制限すべてを満たすようなモデルがHorndeski理論の中に潜んでいる可能性が大きい。

# まとめ

1. 1998年のIa型超新星の観測によって宇宙の加速膨張が発見された後、CMB, BAOなどの様々な独立な観測で暗黒エネルギーの存在が確かめられた。
2. 暗黒エネルギーの状態方程式  $w_{\text{DE}}$  への制限は強まり、宇宙項は依然として観測の許容範囲にはあるものの、 $w_{\text{DE}} < -1$  の領域がむしろ好まれている。
3. Quintessence のような物質を修正するモデルでは、ゴーストではない限り  $w_{\text{DE}} > -1$  を予言する。
4.  $f(R)$  gravity や Galileons などの修正重力理論では、ゴーストの問題などを回避しつつ、 $w_{\text{DE}} < -1$  を実現することが可能。
5. 現状では、観測によるモデルの明確な選別はできていないが、将来の精度の良い  $w_{\text{DE}}$  への制限、宇宙の大規模構造からの揺らぎの成長率の制限によって、最適なモデルに近づくことが期待できる。