皆さんのパズル２００４年

集合と論理２００４年

平成 17 年 6 月 1 日

非公開と明記していない問題のみ掲載します。また、人名を省略したり、問題を整理した形にしたりしました。同じパターンの問題 (論理式が同じ) は一つにしました。問題と、問題を表現する論理式、およびそれが恒真である場合のみ「恒真」と記載します。基本文を表す変数はすべて X, Y, Z を使いました。どれがどの変数か、は、各自判断してください。それでは楽しいパズルの時間を！

1. A「もし明日雨が降ったら、この花は枯れるよ。」
   B「なら明日は雨が降らないか、花が枯れるかだ。」
   C「いや花が枯れるなら、明日は雨が降るよ。」
   B さんと C さんどっちが正しい？

   $$B : (X \Rightarrow Y) \Rightarrow (\neg X \vee Y)$$

   恒真

   $$C : (X \Rightarrow Y) \Rightarrow (Y \Rightarrow X)$$

2. A「夏になると、B君は海水浴に行くって聞いたけど、それなら夏になってもB君が海水浴に行かないってことはないよね。」

   $$(X \Rightarrow Y) \Rightarrow \neg(X \wedge \neg Y)$$

   恒真

3. 太郎「俺が眠いならば、俺は眠くないんだ。」
   次郎「それだったら、太郎は眠いね。」
   　三郎「次郎の言うことは間違いだよぉ！」
   　四郎「三郎の言うことが間違いなんだって！」
   　三郎、四郎どちらが正しい？

   $$(X \Rightarrow \neg X) \Rightarrow X$$

4. 私「私が嘘しか言わないならば、私は嘘吐きじゃない」
   私は嘘吐きかそうでないか？

$$(X \Rightarrow \neg X) \Rightarrow X$$

$$(X \Rightarrow \neg X) \Rightarrow \neg X$$

恒真

5. トム「太郎がリンゴが好きか、花子がオレンジが好きかどっちかなのよ」
エミリー「それだったら、花子がオレンジが好きなら、太郎はリンゴが好きって事ね！」
エミリーの発言は正しいか？

$$(X \vee Y) \Rightarrow (Y \Rightarrow X)$$

6. ABC の三人が次の発言を言いました
A『この三人の中で T を言っているのは二人だ』
B『いいえ、一人だけです』
C『B の言うとおりです』
この三人の中で T を述べているのは誰か。

$$A : (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C)$$

$$B : (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$$

$$C : B$$

C ならば B。ゆえに $B \wedge C$。ゆえに $\neg B$。これは矛盾。$\neg C$ ならば、$\neg B$。
(C の主張は「B が正しい」であるから、B が正しければ、C の主張はただしいことになる。すなわち「B ならば C」。対偶をとれば「$\neg C$ ならば $\neg B$。ゆえに $\neg C \wedge \neg B$。このとき $\neg A$。ゆえに誰も真実を述べていない。

7. T「私が頭が良くないなら、N は頭が良いよ」
N「それなら、私が頭が良くなくて、T も頭が良くないってことはないよな」
Y「N が言ってることは正しい！」
U「N はおかしい！」
さて、Y と U のどっちが正しい？

$$(\neg X \Rightarrow Y) \Rightarrow \neg(\neg Y \wedge \neg X)$$

恒真

8. A「僕が陽気でないなら僕は陽気だ」
B「なら A は陽気だ」
C「B は間違いだ」
D「いえ B はあってる」

C と D の、どちらが正しい？

$$(\neg X \Rightarrow X) \Rightarrow X$$

恒真

9. 一郎「桃太郎がキビダンゴを与えれば、犬は仲間になる。」
   次郎「それならば、桃太郎がキビダンゴを与えて、犬は仲間にならない事はないよね。」

$$(X \Rightarrow Y) \Rightarrow \neg(X \wedge \neg Y)$$

   恒真

10. A「ネコが昼寝をするならば、晴れている。」
    B「それならば、ネコが昼寝をするときは晴れていない、ということはない。」
    B の言っていることは正しいか?

$$(X \Rightarrow Y) \Rightarrow \neg(X \Rightarrow \neg Y)$$

11. A：僕はおなかが減っているとご飯を食べる。
    B：じゃあ、君はおなかが減っていないとご飯は食べないんだね。
    B の言ったことは正しいか？

$$(X \Rightarrow Y) \Rightarrow (\neg X \Rightarrow \neg Y)$$

「逆は必ずしも真ならず」の例

12. H「私がピッチャーじゃなければ K はバッターだ。」
    T それならば、K がバッターで H がピッチャーだろう。」
    K「俺はそれでいいと思う。」
    TT「T は違う気がするよ。」
    K と TT はどっちらが正しいでしょうか？

$$(\neg X \Rightarrow Y) \Rightarrow (Y \wedge X)$$

13. Y「僕が本当のことを言っているならば僕は嘘をついているね。」
    T「それじゃ、Y は嘘をついているね。」
    YN「T の言うこと変だよ。」
    K「僕は T が正しいと思うよ。」

$$(X \Rightarrow \neg X) \Rightarrow X$$

14. 1「私が嘘をついているなら、ついていないし。また嘘をついていないなら、ついていない。」
    2「だったら、 1 は嘘をついていないね。」

$$(X \Rightarrow \neg X) \wedge (\neg X \Rightarrow \neg X) \Rightarrow \neg X$$

    恒真。なお $\neg X \Rightarrow \neg X$　は真理値に影響しない。

15. 「明日になると雨が降ると天気予報で言っていたけれど、明日になっても雨が降らないということはない。」
この発言は正しいか？

$$\neg(X \wedge \neg X)$$

恒真　(これはちょっとこじつけの感じですが、大目にみてください。)

16. T「明日英語のテストだけど、U はできそう？」
U「僕がアメリカ人なら、テストができるのに。」
T「それじゃ、君がアメリカ人でないならば、英語のテストができる、って事はないんだね。」
Y「それっておかしいよ。」
K「私は、トムが正しいと思うよ」

$$(X \Rightarrow Y) \Rightarrow \neg(\neg X \Rightarrow Y)$$

17. MM「僕が飛んでるなら MS は飛んでいないよ。」
MS「それならば僕は飛んでるね。」
KN「MS の言ってることは間違ってるよ。」
MN「私は MS の言ってることは正しいと思う。」
問題：KN と MN のどちらが正しい？

$$(X \Rightarrow \neg Y) \Rightarrow Y$$

18. 今日晴れないまたは明日晴れる。ということは無いか、今日晴れるか今日晴れない。ということもない。
今の話がすべて嘘の場合、今日晴れるならば明日はどうなるか？

$$\neg(\neg(\neg X \vee Y) \vee \neg(X \vee \neg X))$$

これは $X \Rightarrow Y$ と真理値が同じ。ゆえに X ならば、Y.

19. A さん「ぼくが野球好きなら D さんはサッカー好きだ。」
B さん「それじゃあ A さんが野球好きでなく D さんはサッカー好きだ、ということはない。」
C さん「B さんの発言は正しいな。」 C さんの発言は正しいだろうか?

$$(X \Rightarrow Y) \Rightarrow \neg(\neg X \wedge Y)$$

20. A「あなたが知っていることは私も知っている。」
B「じゃー私の知らないことはあなたも知らないのね。」
A「そんなことないよ。」
C「私は B が正しいと思う」

$$(X \Rightarrow Y) \Rightarrow (\neg X \Rightarrow \neg Y)$$

$\neg X \Rightarrow \neg Y$ は $Y \Rightarrow X$ の対偶であり、後者は $X \Rightarrow Y$ の逆である。逆はかならずしも真ならず！

21. A 君「僕が船を使わないなら B 君は飛行機を使う」
B 君「それなら A 君が船を使うか僕が飛行機を使うかのどちらかだね」
A 君のいったことから B 君の結論はでるでしょうか？

$$(\neg X \Rightarrow Y) \Rightarrow (X \vee Y)$$

恒真

22. 私が警察官でなくあなたが消防士でないならば、私が警察官 またはあなたが消防士ということはない。
これは恒真であるか?

$$\neg X \wedge \neg Y \Rightarrow \neg(X \vee Y)$$

恒真

23. ヒサヨとその友人たちがゲームを始めようとしている。ヒサヨ「というわけで、向日葵グループと太陽グループに分かれてもらいます」メグミ「私が向日葵だったら、リツコは太陽だからね」リツコ「わ、わかったわよ」マユミ「私、向日葵好きなの。ねぇメグミ、私が向日葵になるからあなた太陽になってよ」メグミ「え、ダメだよ。リツコには太陽でいてもらいたいから！」チナミ「大丈夫だよ、メグミ。メグミが太陽でもリツコは太陽になれるわよ」ヒサヨ「え ~ ？それって最初にメグミが言ってたこととズレるんじゃない？」リツコ「私はどっちでもいいんだけど」メグミ「とにかく、リツコが太陽になれないならダメだからね！」
さて、マユミの希望は通るでしょうか。

これは単純な命題論理の問題ではない。それぞれのグループを a, b とし、人名との組み合わせを対の形で書く。

$$((meg, a) \Rightarrow (rit, b)) \wedge (may, a) \wedge (meg, b) \wedge (rit, b)$$

これを真にすることができるか？という問題になる。(恒真ではない) $(may, a) \wedge (meg, b) \wedge (rit, b)$ は矛盾にならない。(それぞれ独立な条件である。(meg, b) とすれば、(meg, z) は否定されるので、$(meg, a) \Rightarrow (rit, b)$ は全体として真になる。ゆえに $(may, a) \wedge (meg, b)$ (マユミの発言) は真にすることができる。

24. A .. あの人は P 君か Q 君です
B .. 彼は P 君ではないです
C .. それじゃああの人は Q 君です
問い「C 君の言ってる事は正しいですか?」

$$(X \vee Y) \wedge \neg X \Rightarrow Y$$

恒真

25. 「私が黒い服を着るならば、私は黒いズボンをはく」が偽のとき「私が黒い服を着ないならば、私は黒いズボンをはく」といえるか。

$$\neg(X \Rightarrow Y) \Rightarrow (\neg X \Rightarrow Y)$$