

パズル・ランド：集合と論理・計算機数学 1

八杉

平成 10 年 6 月 9 日

これは講義の資料です。どなたでも御覧になれますが、ご自分の勉強にのみ使ってください。

1 パズルを解こう

1. (登山) 登山の途中で分岐点にぶつかりました。ふたつの道のうち、少なくとも一方が頂上へ行きます。でもここは平らで、どちらが頂上へ行くのかわかりません。標識にはこう書いてありました。
「右の道が頂上へ行くなれば、左の道も頂上に行きます」
さて、この標識を便りに頂上へたどりつけるでしょうか。
2. (人魚と王子) 「私が人魚ならば、あなたは王子様ではありません」が偽のときに
「もしあなたが王子様ならば、私は人魚ではないし、あなたは王子様ではありません」
といえるか？
3. (猫の健康) 「賢い猫は健康だ」と信じている人がいます。つまり、猫について
(*) 賢ければ、健康である
ということです。さて、下の (1) (2) (3) のうち、(*) から導かれるのはどれでしょうか？(これらはすべて猫についての命題です。)
(1) 健康でないか、または賢い。
(2) 健康であるか、または賢くない。
(3) 賢いか、または健康である。
4. (人魚と雪の女王) 彩希「もし私が人魚なら一穂は雪の女王じゃない、っていうのはうそ」

希実「それじゃあ、本当は彩希が人魚で一穂が雪の女王ってわけね」

彩希の言ったことから、希実の結論はでるでしょうか？

5. (人魚と魔女) 希実「私が人魚なら彩希は魔女よ」

一穂「それじゃあ、希実が人魚で彩希が魔女でない、ってことはないわけね」

希実の言ったことから、彩希の結論はでるでしょうか？

6. (ねむの花) 彩希「ねむの花が絹でできているんでなかったら、星が降るんだって」

希実「星なんか降らないよね。だからねむの花は絹でできてるんだ」

一穂「でも、ねむの花が絹でできてるわけないから、希実はまちがってる」

伸くん「でもなんだか希実のいうこと合ってるような気がする」

彩希の言うことが正しいとしたとき、一穂と伸くんのどちらが正しいでしょうか？

7. (地震) 彩希「朝顔が冬に咲いたら、地震の前兆だって」

一穂「もし彩希が正しかったら、ほんとに地震が起こるね」

希実「今年の冬に朝顔の花なんか咲かなかったから、地震が起こるんだ」

伸くん「こわーい。でも希実のいうことうそでしょ？」

一穂の言うことが正しいときに、伸くんの希望的観測は正しいでしょうか？

2 おいしいパズルの作り方

もっと楽しんでもらうために、論理パズルの一つの作り方を教えましょう。今までは、論理パズルの問題を論理式で表して謎解きをしましたね。それを逆にすれば、簡単にパズルができるのです。まず何でも論理式を書いて、それから物語りを作ればいいのです。

$$(1) X \Rightarrow (\neg X \Rightarrow Y)$$

X が「希実が天使である」、 Y が「一穂が人魚である」を表す、としてみます。そうすると(1)は

希実が天使ならば、もし希実が天使でないとする一穂は人魚である

を表します。「これが正しいか？」ではちょっとものたりないので、パズル遊びにしましょう。

(天使と人魚)一穂「希実が天使だとするでしょ。そしたら、もし希実が天使でなかったら、私は人魚なんだ」

彩希「でたらめいわないでよ。一穂今日おかしいよ」

希実「でも、一穂のいうこと間違っていないよ、私が天使かどうかは別として」

さあ、彩希と希実のどちらが正しいでしょうか？

こんなふうには、簡単にパズルが作れます。問題を出す前に、こっそり(1)が恒真かどうか試しておきましょう。(1)は恒真なので、希実の勝ちです。

同じ(1)でも、 X と Y に別な文章をあてはめて、問題の出し方を工夫すれば、(天使と人魚)とは見かけ上ずいぶんちがうパズルができるでしょう。もう一つだけ、パズルを作ってみます。

$$(2) (X \Rightarrow Y) \wedge (Z \Rightarrow \neg Y) \Rightarrow (X \Rightarrow \neg Z)$$

$$(3) (X \Rightarrow Y) \wedge (Z \Rightarrow \neg Y) \Rightarrow (Y \Rightarrow X)$$

(2)は恒真ですが、(3)は恒真ではありません。そのことを使ってパズルを作ります。

X が「朝顔が冬に咲く」、 Y が「気象異変がおきている」、 Z が「作物が育つ」を表しているとします。(2)と(3)の最初の部分

$$(X \Rightarrow Y) \wedge (Z \Rightarrow \neg Y)$$

を仮定にして、 $(X \Rightarrow Z)$ と $(Y \Rightarrow X)$ のどちらが導かれるか、という問題にします。

(冬の朝顔)

ある本にこう書いてありました。

「朝顔が冬に咲くならば気象異変がおきている。また作物が育つならば気象異変はおきていない。」

著者の判断が正しいとすれば、次の結論のうち、どれが導かれるでしょうか。

1. 朝顔が冬に咲くならば作物が育たない

2. 気象異変がおきているならば朝顔が冬に咲く

1が導かれるとすれば、(2)になり、2が導かれるとすれば(3)になります。したがって、答えは1です。

こんなふうにして、論理パズルはいくらでも作れます。すてきな作品を作って、パズル・ランドに出品してください。