1994 年に八杉 ・笠によって提案された一階古典述語論理の体系 NDK は、構成的自然演繹の体系 NJ の拡張で、各推論を和結論の任意の構成要素 (disjunctive component, d.c.) に適用できるのが特徴である。伝統的な体系 NK と論理的には同等である。

本修士論文の主題は、NDK の部分体系である、構成的命題論理の体系 NDJ_{Prop} である。NDJ_{Prop} は、NJ の命題論理の部分 NJ_{Prop} と同等であるが、一般に推論が上記のように拡張されているので、証明の自由度があり、証明 (演繹図) を構成しやすい。またその自由度により、NJ_{Prop} よりは表現力が高い。

この論文の前半は、NDJ_{Prop} の数学的な性質を明らかにしている。後半では、NDJ_{Prop} を基礎にして、LISP 言語などにおける例外処理 $catch\ and\ throw$ に対応する体系 $N_{c/t}$ を定義し、$N_{c/t}$ が実際に $catch\ and\ throw$ を実現することを示している。これは NDJ_{Prop} の表現力の応用である。

2 章と 3 章では、NDK_{Prop} を紹介し、NK の命題論理の部分である NK_{Prop} との比較を行っている。これらは同等であるが、NDK_{Prop} の演繹図の NK_{Prop} の演繹図への変換において、排中律を必要とするケース (⊃ I と $\neg I$) と必要としないケースの区別をつけている。

4 章ではまず命題論理に関する NDK_{Prop} の構成的な部分体系 NDJ_{Prop} を提案した。NDJ_{Prop} は NDK_{Prop} から⊃ I と $\neg I$ に制限をつけて得られる。さらに 4.1 で は NDJ_{Prop} の論理式の、開集合による意味論を与え、NDJ_{Prop} の演繹図の仮定の付値が結論の付値の部分集合であることを示した。その系として NDJ_{Prop} の健全性 (証明可能な論理式の付値はつねに全空間) が得られる。

4.2 では、NDJ_{Prop} における、定理の自動証明のアルゴリズムを考案した。ここでは論理式の分解の木を作るが、結論における⊃ と ¬の分解の場合には木が分かれる (二木の発生) ので、分解の森を定義した。

分解の森の中の一つの木が恒真性の条件を満たすことと、もとの論理式の付値がつねに全空間であることが同値になる。またそのときには、分解の木から演繹図が自動的に構成される。系として NDJ_{Prop} の完全性が得られる。

論文の後半では、計算機科学への応用として、catch and throw 機構を取り込んだ体系 $N_{c/t}$ を提案した。

catch and throw 機構 は非局所的脱出に対するプログラミング構成物である。実用的なプログラミングにおいてこのメカニズムは異例な状態を扱うとき、重要な役割をする。5 章で簡単にこれらの説明がしてある。

6 章で NDJ_{Prop}の拡張として、体系 $N_{c/t}$を導入した。$N_{c/t}$はNDJ_{Prop}を基本にした、catch and throw を表現するための体系である。$N_{c/t}$では、タグ変数、新しい論理記号 $\triangleleft$ 、新しい推論図などが付け加えられる。NDJ_{Prop}の表現を使って、上記 d.c. の一つをプログラムの主要な条件、残りを例外的条件、と区別して証明を構成できる。

$N_{c/t}$は、中野の $LK_{c/t}$ のアイディアをもとにして、自然演繹において「計算」を表現できるように工夫されている。演繹図の reduction とは、無駄な推論の組み合わせの除去であるが、同時に計算過程を表すものでもある。$N_{c/t}$においても、この意味をもつように reduction が定義されている。

7 章では、中野の typing system について触れ、$N_{c/t}$の 演繹図に中野の項を付与した。その上で $N_{c/t}$の reduction と項の reduction (計算) とが互いに対応し、$N_{c/t}$が catch and throw を含む計算過程を表現していることを示した。

最後に中野の問題を引用し、自然演繹において例外処理が実現できることを示してある。また、今後の課題が $N_{c/t}$における弱正規化証明であることを述べているが、証明は後日完成するものと予想される。それによって項の計算停止問題も解決する。