論理とプログラム　期末試験　八杉満利子

1　次の文章を、述語論理の論理式で表現せよ。
　すべての国の人口は１０万以上であり、また、人口が最小の国がある。
　(「x が国である」を $Country(x)$、「x の人口」を表す関数を $pop(x)$、数の大小関係を $\leq$ とする。)
答 $\forall x(Country(x) \Rightarrow 100000 \leq pop(x))$
　$\wedge \exists x(Country(x) \wedge \forall y(Country(y) \Rightarrow pop(x) \leq pop(y)))$

　問題 2 では□に記入すること。

2　条件文の命題「$A \Rightarrow B$ が証明できるならば $A \Rightarrow A \wedge B$ が証明できる」を示そう。
　命題論理の公理 $(Ax2)$ は

$$(X \Rightarrow Y) \Rightarrow ((X \Rightarrow (Y \Rightarrow Z)) \Rightarrow (X \Rightarrow Z))$$

の形をしている。ここで $X =$ □A□, $Y =$ □B□, $Z =$ □$A \wedge B$□ とおくと、$(Ax2)$ は

$$\boxed{(A \Rightarrow B) \Rightarrow ((A \Rightarrow (B \Rightarrow A \wedge B)) \Rightarrow (A \Rightarrow A \wedge B))} \quad (1)$$

となる。ところで $A \Rightarrow B$ は証明できると仮定している。また、$A \Rightarrow (B \Rightarrow (A \wedge B))$ は公理 $(Ax3)$ である。これらと (1) とから、推論規則 (三段論法) を□2□ 回使って $A \Rightarrow A \wedge B$ を得る。

3　プログラム検証論について１０行くらいで論述せよ。
答え