パズル ・ランド :集合と論理 ・計算機数学 1

八杉

平成 10 年 6 月 9 日

これは講義の資料です。どなたでも御覧になれますが、ご自分の勉強にのみ使ってください。

1 パズルを解こう

1. (登山) 登山の途中で分岐点にぶつかりました。ふたつの道のうち、少なくとも一方が頂上へ行きます。でもここは平らで、どちらが頂上へ行くのかわかりません。標識にはこう書いてありました。

   「右の道が頂上へ行くならば、左の道も頂上に行きます」

   さて、この標識を便りに頂上へたどりつけるでしょうか。

2. (人魚と王子) 「私が人魚ならば、あなたは王子様ではありません」が偽のときに

   「もしあなたが王子様ならば、私は人魚ではないし、あなたは王子様ではありません」

   といえるか ?

3. (猫の健康) 「賢い猫は健康だ」と信じている人がいます。つまり、猫について

   (*) 賢ければ、健康である

   ということです。さて、下の (1)、(2)、(3) のうち、(*) から導かれるのはどれでしょうか ? (これらはすべて猫についての命題です。)

   (1) 健康でないか、または賢い。

   (2) 健康であるか、または賢くない。

   (3) 賢いか、または健康である。

4. (人魚と雪の女王) 彩希「もし私が人魚なら一穂は雪の女王じゃない、っていうのはうそ」

希実 「それじゃあ、本当は彩希が人魚で一穂が雪の女王ってわけね」

彩希の言ったことから、希実の結論はでるでしょうか ？

5. (人魚と魔女) 希実 「私が人魚なら彩希は魔女よ」

一穂 「それじゃあ、希実が人魚で彩希が魔女でない、ってことはないわけね」

希実の言ったことから、彩希の結論はでるでしょうか ？

6. (ねむの花) 彩希 「ねむの花が絹でできているんでなかったら、星が降るんだって」

希実 「星なんか降らないよね。だからねむの花は絹でできてるんだ」

一穂 「でも、ねむの花が絹でできてるわけないから、希実はまちがってる」

伸くん 「でもなんだか希実のいうこと合ってるような気がする」

彩希の言うことが正しいとしたとき、一穂と伸くんのどちらが正しいでしょうか ？

7. (地震) 彩希 「朝顔が冬に咲いたら、地震の前兆だって」

一穂 「もし彩希が正しかったら、ほんとに地震が起こるね」

希実 「今年の冬に朝顔の花なんか咲かなかったから、地震が起こるんだ」

伸くん 「こわーい。でも希実のいうことうそでしょ？」

一穂の言うことが正しいときに、伸くんの希望的観測は正しいでしょうか ？

2 おいしいパズルの作り方

もっと楽しんでもらうために、論理パズルの一つの作り方を教えましょう。今までは、論理パズルの問題を論理式で表して謎解きをしましたね。それを逆にすれば、簡単にパズルができるのです。まず何でも論理式を書いて、それから物語りを作ればいいのです。

(1) $X \Rightarrow (\neg X \Rightarrow Y)$

Xが 「希実が天使である」、Yが 「一穂が人魚である」を表す、としてみます。そうすると (1) は

希実が天使ならば、もし希実が天使でないとすると一穂は人魚である

を表します。「これが正しいか ?」ではちょっとものたりないので、パズル遊びにしましょう。

(天使と人魚) 一穂　「希実が天使だとするでしょ。そしたら、もし希実が天使でなかったら、私は人魚なんだ」

彩希 「でたらめいわないでよ。一穂今日おかしいよ」

希実 「でも、一穂のいうこと間違ってないよ、私が天使かどうかは別として」

さあ、彩希と希実のどちらが正しいでしょうか ?

こんなふうに、簡単にパズルが作れます。問題を出す前に、こっそり (1) が恒真かどうか試しておきましょう。(1) は恒真なので、希実の勝ちです。

同じ (1) でも、XとYに別な文章をあてはめて、問題の出し方を工夫すれば、(天使と人魚) とは見かけ上ずいぶんちがうパズルができるでしょう。

もう一つだけ、パズルを作ってみます。

(2) $(X \Rightarrow Y) \wedge (Z \Rightarrow \neg Y) \Rightarrow (X \Rightarrow \neg Z)$

(3) $(X \Rightarrow Y) \wedge (Z \Rightarrow \neg Y) \Rightarrow (Y \Rightarrow X)$

(2) は恒真ですが、(3) は恒真ではありません。そのことを使ってパズルを作ります。

Xが「朝顔が冬に咲く」、Yが「気象異変がおきている」、Zが「作物が育つ」を表しているとします。(2) と (3) の最初の部分

$$(X \Rightarrow Y) \wedge (Z \Rightarrow \neg Y)$$

を仮定にして、$(X \Rightarrow Z)$ と $(Y \Rightarrow X)$ のどちらが導かれるか、という問題にします。

(冬の朝顔)

ある本にこう書いてありました。

「朝顔が冬に咲くならば気象異変がおきている。また作物が育つならば気象異変はおきていない。」

著者の判断がが正しいとすれば、次の結論のうち、どれが導かれるでしょうか。

1. 朝顔が冬に咲くならば作物が育たない
2. 気象異変がおきているならば朝顔が冬に咲く

1 が導かれるとすれば、(2) になり、2 が導かれるとすれば (3) になります。したがって、答えは 1 です。

こんなふうにして、論理パズルはいくらでも作れます。すてきな作品を作って、パズル・ランドに出品してください。