1 (1) A は、次の論理式を表すとする。

$$A \equiv \exists x(\neg P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \neg \forall x P(x)$$

このとき、A の、冠頭標準形 A^p、スコーレム標準形 A^s、一つのマトリックス A^m 、A^m の和積標準形 A^w は、次のようになる。

$$A^p \equiv \boxed{1} x \boxed{2} y(\neg P(x) \wedge Q(x) \Rightarrow \boxed{3} P(\boxed{4}))$$

$$A^s \equiv \boxed{2} y(\neg P(c) \wedge Q(\boxed{5}) \Rightarrow \boxed{3} P(\boxed{4}))$$

$$A^m \equiv \neg P(c) \wedge Q(\boxed{5}) \Rightarrow \boxed{3} P(\alpha)$$

$$A^w \equiv P(c) \vee \boxed{6} Q(\boxed{5}) \vee \boxed{3} P(\alpha)$$

番号が対応する$\boxed{\ }$に、適切な文字または記号を記入せよ。

(2) (1) の結果を使って、A が恒真であることを示せ。

答え (1) 1 $\forall$　2 $\exists$　3 $\neg$

4 y　5 c　6 $\neg$

(2) α は仮引数なので、$\alpha = c$ という代入を行う。その結果 A^w が $P(c) \vee \neg Q(c) \vee \neg P(c)$ という基本和になり、リテラルの対 $P(c), \neg P(c)$ がある。したがって A^w は恒真にすることができる。これより 「恒真の同値性」によって、もとの論理式 A は恒真である。

2 テューリング計算機 $\mathbf{M} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0 \rangle$ が次のように与えられているとする。

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_H\}; \Sigma = \{1, B\}$$

$$\delta(q_0, B) = \langle B, R, q_1 \rangle$$

$$\delta(q_1, 1) = \langle 1, R, q_1 \rangle, \delta(q_1, B) = \langle B, R, q_2 \rangle$$

$$\delta(q_2, 1) = \langle 1, R, q_2 \rangle, \delta(q_1, B) = \langle B, L, q_3 \rangle$$

$$\delta(q_3, 1) = \langle B, L, q_3 \rangle, \delta(q_3, B) = \langle 1, R, q_H \rangle$$

q_0, q_H はそれぞれ初期状態、停止状態、を表す。

(1) 初期の時点表示 $q_0 B11B111B$ から始めて、計算機 $\mathbf{M}$ を走らせるとき、状態が変化したとき (たとえば、q_1 から q_2 に変わったとき) の、各時点表示を示せ。(2) このような $\mathbf{M}$ の働きをことばで記述せよ。

答 (1)　$q_0 B11B111B$　$Bq_1 11B111B$

$$B11Bq_2 111B \quad B11B11q_3 1B \quad B111q_H B$$

(2) 一塊の 1 を右に見て始めたとき、それに 1 を一個加え、その後 (右) で停止する。ただし、最初の塊の一マス右に 1 の塊があれば、それは消去する。

3　市民祭の切符販売の管理を表すスキーマ EventTicket を書こう。

祭のイベントが何種類かあり、各チケットにはイベントの種類とチケット番号が印刷されている。購入できるチケットは一人 2 枚まで、と決まっている。

管理すべきことは、発行されたチケット、販売されたチケット、残りのチケット、の各集合の相互関係と、販売の際に一人 2 枚を超えないこと、である。

答のスキーマの空白を埋めよ。

（注：「番号」、「イベント」、「人々」、の型をそれぞれ $Number, Event, Person$ で表す。また、「(発行される) チケットの集合」、「購買者」、「販売されたチケットの集合」、「残りチケットの集合」を表す変数をそれぞれ $tickets, person, issued, remain$ で表す。）

答え $---------- EventTicket ----------$

$tickets : P(Event \times Number)$

$issued : P((Event \times Number) \pfun Person)$

$remain : P(Event \times Number)$

$----------$

$dom\ issued \cup remain = tickets$

$\forall person : \mathrm{Person} \bullet \sharp(issued \rhd \{\mathrm{Person}\}) \leq 2$