２００２年度模擬試験

平成 15 年 1 月 23 日

1 (1) A は、次の論理式を表すとする。

$$\forall x P(x) \Rightarrow \neg \exists x (\neg P(x) \wedge Q(x))$$

このとき、A の、冠頭標準形 A^p、スコーレム標準形 A^s、一つのマトリックス A^m 、A^m の和積標準形 A^w は、次のようになる。

$$A^p \equiv \boxed{1} y \boxed{2} x (P(x) \Rightarrow \neg (\neg P(y) \boxed{3} Q(\boxed{4})))$$

$$A^s \equiv \boxed{2} x (P(\boxed{5}) \Rightarrow \neg (\neg P(c) \boxed{3} Q(c)))$$

$$A^m \equiv P(\alpha) \Rightarrow \neg (\neg P(c) \boxed{3} Q(x))$$

$$A^w \equiv \boxed{6} P(\alpha) \boxed{7} P(c) \vee \neg Q(c)$$

番号が対応する□に、適切な文字または記号を記入せよ。(2) (1) の結果を使って、A が恒真であることを示せ。

答え (1) 1 $\forall$ 2 $\exists$ 3 $\wedge$ 4 y 5 x 6 $\neg$ 7 $\vee$

(2) A が恒真であるためには、一つのマトリックスの和積標準形を恒真にできればよい。この場合、A^w は、

$$\neg P(\alpha) \vee P(c) \vee \neg Q(c)$$

であるから、$\alpha = c$ とおけば、$\neg P(c) \vee P(c) \vee \neg Q(c)$ となって、$P(c)$ と $\neg P(c)$ が基本和にあるので、恒真になる。

2 テューリング計算機 $\mathbf{M} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0 \rangle$ が次のように与えられているとする。

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_H\}; \Sigma = \{1, B\}$$

$$\delta(q_0, B) = \langle B, R, q_1 \rangle$$

$$\delta(q_1, 1) = \langle 1, R, q_1 \rangle, \delta(q_1, B) = \langle 1, R, q_2 \rangle$$

$$\delta(q_2, 1) = \langle B, C, q_H \rangle, \delta(q_1, B) = \langle B, C, q_H \rangle$$

q_0, q_H はそれぞれ初期状態、停止状態、を表す。

(1) 初期の時点表示 $q_0B11B1B$ から始めて、計算機 $\mathbf{M}$ を走らせるとき、状態が変化したとき (たとえば、q_1 から q_2 に変わったとき) の、各時点表示を示せ。(2) このような $\mathbf{M}$ の働きをことばで記述せよ。

答 (1) $q_0B11B1B; Bq_111B1B; B111q_21B; B111q_HBB$

(2) 一塊の 1 を右に見たところから始めて、1 を一個その塊に加え、その右を空にして停止する。

注 : 状態が変化しないところを埋めると、$B1q_11B1B; B11q_1B1B$

３　玩具の問屋で、品物を管理するスキーマ Toys を書こう。各玩具には、ラベルが貼ってあって、その品目と番号 $1, 2, 3, \cdots$ がついている。玩具を契約している小売店に卸すが、各小売店に対して全体で２００点以下と決まっている。

管理すべきことは、仕入れた玩具（のラベル）、卸された玩具（のラベル）、残りの玩具（のラベル）の間の相互関係と、各小売店に２００点以下しか卸さないことである。答えのスキーマの空白を産めよ。

（注：「品目」、「番号」、「契約小売店」の型をそれぞれ $Item, Number, Retail$ で表す。また、「品物（のラベル）の集合」、「契約小売店」、「卸された品物（のラベル）の集合」、「残った品物（のラベル）の集合」を表す変数を、それぞれ、$goods, contracted, sold, left$ で表す。）

答え $---------Toys---------$

$goods : P(Item \boxed{\times} Number)$

$sold : P((Item \boxed{\times} Number) \boxed{\quad -\!\!\mapsto \quad} Retail)$

$left : P(Item \boxed{\times} Number)$

$----------$

$dom\ sold \boxed{\cup} left = goods$

$\boxed{\forall} contracted : \boxed{\text{Retail}} \bullet \sharp(sold \triangleright \{\boxed{\text{contracted}}\}) \leq \boxed{200}$

注：この場合、各品目に対して番号が $1, 2, 3, \cdots$ とついているので、品目（名）と番号は互いに独立につけられる。したがって、$goods$ の要素 (x, y)（$x : Item, y : Number$）は、$Item$ と $Number$ の直積の要素とみなされる。すなわち $(x, y) : Item \times Numver$ である。

$-\!\!\mapsto$ は、部分写像の記号。