抽象化の技法　課題八杉満利子 解答　３０点満点

１（２０点)　（１）論理式 A ：

$$\exists x \forall y P(x,y) \Rightarrow \exists z P(z,z)$$

を順次変形してゆく。下の $(a),(b),(c)$ を求めよ。

$$(a)(\exists x \forall y P(x,y) \Rightarrow P(z,z))$$

$$(a)(b)(\forall y P(x,y) \Rightarrow P(z,z))$$

$$(a)(b)(c)(P(x,y) \Rightarrow P(z,z))$$

（２）（１）の最後の式（B とおく）を何と呼ぶか？

（３）B から限量記号（$\forall, \exists$）を除いて

$$P(f(s),t) \Rightarrow P(s,s), P(f(u),v) \Rightarrow P(u,u)$$

を得る（これを C とおく）。ここで s,t,u,v は互いに異なる変数である。シークエント $|C$ の分解の木を作れ。

（４）t と u に適当な項を代入して、C を恒真にせよ。

答え　（１）(a) $\exists z$ (b) $\forall x$ (c) $\exists y$

（２）冠頭標準形

（３）

$$\frac{P(f(s),t), P(f(u),v) | P(s,s), P(u,u)}{|P(f(s),t) \Rightarrow P(s,s), P(f(u),v) \Rightarrow P(u,u)} \ (\Rightarrow twice)$$

（４）$t = s \quad u = f(s)$

2 以下のような二つの集合（型）が与えられているものとする：

Potters= {Ann, Beth, Carl, David}

Instruments= {Piano, Violin, Trumpet}

Potter 家の人々のうち、ピアノを弾くのは Ann と Carl、ヴァイオリンを弾くのは Beth と David、トランペットを吹くのは Carl であるとする。plays を Potters と Instruments の間の関係で、x が y を弾くときに x と y は plays の関係にある、とする。

（１）plays を集合の形で表現せよ。

（２）plays を Potter 家の人々のうち Ann と Carl に限定した関係 plays' を定義せよ。

（3 ） plays を violin に限定した plays* を定義せよ。

答え (1) plays $== \{\langle A,P\rangle, \langle C,P\rangle, \langle B,V\rangle, \langle D,V\rangle, \langle C,T\rangle\}$

(2) plays' $== \{A,C\} \lhd$ plays $= \{\langle A,P\rangle, \langle C,P\rangle, \langle C,T\rangle\}$

(3) plays* $==$ plays$\rhd \{violin\} = \{\langle B,V\rangle, \langle D,V\rangle\}$