代数学・幾何学 A　課題 2002- 2　八杉担当

(提出：6 月 2 6，7 月 3 日講義終了後手渡し (期日厳守))

＊１０点満点

問題 [I]

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 5 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

とおく。

(1)　$0.5A,\ A+B,\ AB, {}^tA$ を計算せよ。

(2)　掃き出し法を使って、A の逆行列を求めよ。(途中の経過も明記せよ。)

(3)　B の行ベクトルが一次従属であることを示せ。

答え

(1)　$0.5A = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 1.5 \\ 0.5 & -1.5 & 0.5 \\ 2 & 0 & 1.5 \end{pmatrix}$

$A+B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \\ 9 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

$A.B = \begin{pmatrix} 22 & 14 & -2 \\ 5 & -2 & 3 \\ 27 & 12 & 1 \end{pmatrix}$

${}^tA = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

(2)　$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{9}{19} & -\frac{3}{19} & \frac{10}{19} \\ \frac{1}{19} & -\frac{6}{19} & \frac{1}{19} \\ \frac{12}{19} & \frac{4}{19} & -\frac{7}{19} \end{pmatrix}$

(3)　$r_1 + 2r_2 + (-1)r_3 = \mathbf{0}$.　ゆえに B の行ベクトルは互いに 1 次従属。(これが 1 次従属の定義。これ以外の方法、すなわち同値な条件の証明も可としたが、この定義を認識してほしかった。)

掃き出し法は 31-32 ページにある、逆行列を得る方法です。掃きだし法を使ったのに答えが合わなかった人、掃きだし法がわからなかった人は、上の答えをみて、もう一度掃きだし法をトライしてください。

問題 [2]　Mathematica を使って以下の描画をすること。

(1)　各自好きな平面図形を描け。

（2） 各自好きな 2×2 の行列を定め（これを C と呼ぶ）、（1）の図形に C を適用した結果の図形を描け。

これは描画ができて、それがつぶれないように回転・伸縮の図が描けていれば正しいです。