p.60, 問題 3.4

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ \mathbf{O} & A_{22} \end{pmatrix}$$

$$det(A) = \Sigma_{(p_1,p_2,\cdots,p_n)} \varepsilon(p_1, p_2, \cdots, p_n) a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$$

ただし、$(p_1, p_2, \cdots, p_n)$ は、$(1, 2, \cdots, n)$ の順列、$\varepsilon(p_1, p_2, \cdots, p_n)$ は転倒数による符号 (p.44 参照)。A の形から次のようになっている。(それぞれが正方行列なので、n は偶数である。$n = 2m$ とする。)

$i \geq m+1, p_i \leq m$ ならば、$a_{ip_i} = 0$ (すなわち $\mathbf{O}$ の部分。

$i \geq m+1$ のとき $p_i \leq m$ ならば、このような $(p_1, p_2, \cdots, p_n)$ については、$i \leq m$ ならば $p_i \geq m+1$ である (順列だから)。したがって

$$det(A) = det(\begin{pmatrix} A_{11} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & A_{22} \end{pmatrix})$$

これが $det(A_{11})det(A_{22})$ であることは、p.45, 例題 3.4 を繰り返し使うことで、示される。詳細は省略。$n = 4$ くらいで、実際に計算してみてください。