集合と論理　レポート課題 2002-2　八杉担当 7 月 8 日講義終了後提出 ･厳守
○　２０点満点

以下で ある　;ない においては、二つののうち正しいほうを○で囲むこと。それ以外は空欄またはスペースに正しい答えを記入すること。

1　U は集合、A, B をそれぞれ U の部分集合とする。このとき

$(A \cup B)^c \cup A = B$ [c] [∪] A

ただし X^c は集合 X の U に関する補集合を表す。

2　(1)　$\mathbf{N}$ は正整数の集合、D は京都府の　(ある時点での) 運転免許証所有者の集合、とする。写像 $f : \mathbf{N} \to D$ を

$f(n) :=$ 免許証番号 n をもつ人

と定義する。このとき f は

全域的で [ある　;○ ない]；　全射で [○ ある　;ない]；

単射で [○ ある　;ない]。

f の逆写像 g は、x が京都府の運転免許証所有者であるとき

$g(x) =$ [x の運転免許証] の番号　である。

f のグラフは $G_f = \{\langle n, y\rangle : n \in$ [$\mathbf{N}$] $, y =$ [f(n)] $\}$ と表すことができる。したがって、G_f は直積集合 [$\mathbf{N} \times D$] の部分集合である。

2　アキ　「ねむの花が六月に咲かないと、地震が起こるんだって」

ノゾミ　「六月にねむの花が咲いてたよ」

カズホ　「じゃあ、地震は起らないね」

ノブくん　「そうとはいえないと思うけど」

正しいのは、カズホでしょうか、ノブくんでしょうか ?和積標準形を使って解答してください。

(ヒント :カズホの発言が恒真ならばカズホが正しい。)

解答 :「ねむの花が六月に咲く」:X,　「地震が起こる」:Y とおくと、

アキ :$\neg X \Rightarrow Y$

ノゾミ :X

カズホ :$(\neg X \Rightarrow Y) \wedge X \Rightarrow \neg Y$

これを和積標準形への変形手続きによって変形してゆく。

$$\neg((\neg\neg X \vee Y) \wedge X) \vee \neg Y$$

$$\neg((X \vee Y) \wedge X) \vee \neg Y$$

$$\neg(X \vee Y) \vee \neg X \vee \neg Y$$

$$(\neg X \wedge \neg Y) \vee (\neg X \vee \neg Y)$$

$$(\neg X \vee \neg X \vee \neg Y) \wedge (\neg Y \vee \neg X \vee \neg Y)$$

これは $\neg X \vee \neg Y$ と真理値が同じ。基本和にある変数とその否定というリテラルの対がないから、恒真でない。ゆえにカズホの発言はかならず正しいとはいえない。カズホの発言に対して 「そうともいえない」というノブ君が正しい。

和積標準形にこだわらなければ、アキの発言とノゾミの発言が正しい真理値の与え方を調べて、それがつねに $\neg Y$ を真にするかどうかを調べてもよい。