集合と写像の問題：補足

平成 16 年 7 月 2 日

1　直積

A は二人の子供の名前の集合、B は二人に着せた帽子の色の集合とする：

$$A = \{Mary, John\}, B = \{Red, White\}$$

１．A のべき集合 $P(A)$ を (要素の集合として) 表してください。
２．二人の子供と帽子の組み合わせすべての集合は $A \times B$ （ A と B の直積集合です。$A \times B$ を要素の集合として表してください。

2　べき集合

例
$X = \{$ いわし、さんま、にしん $\}$：要素の個数は 3

$$P(X) = \{\emptyset, \{\text{ いわし }\}, \{\text{ さんま }\}, \{\text{ にしん }\}, \{\text{ いわし, さんま }\},$$

$$\{\text{ いわし, にしん }\}, \{\text{ さんま, にしん }\}, \{\text{ いわし, さんま, にしん }\}\} :$$

要素の個数は $2^3 = 8$

問題
(1) $S = \{$ いわし、さんま、にしん、たい、はも $\}$; $P(S) =?$、要素の個数は？
(2)　$A = \{a, b, c, d\}$ の部分集合のうち、要素の個数 3 個のものを列挙してください。

3　写像

(1)　人気グループ POP の野外コンサートが企画され、２０００枚のチケットが売り出された。事前に申し込みを受付け、５０００人の予約があった。その中から抽選で２０００人がチケットを受け取ることになった。一人一枚と

限定されている。チケットには番号がそれぞれ 1 から ２０００まで印刷されている。

申し込み者全体の集合を S、チケット番号全体の集合を T とおく。申し込み者に対して、その人が抽選で当選したら、そのチケット番号を対応させる写像を h とする。

(i) h が S から T への写像であることを、記号で表現してください。

(ii) 次のうち、正しいのはどれですか？

(a) 全域的、(b) 単射、(c) 全射

(2) $exp(x) = e^x$ は $exp : R \to R$ と表される、全域的単射である。(R は実数全体の集合)

(i) exp の値域は何ですか？

(ii) exp の逆写像は何ですか ?(よく知られた関数で表すこと)

(iii) exp のグラフ G_exp を集合として表してください。

(3) 各自写像を定義して、その性質 (全域的、部分的、全射、単射、単射の場合の逆写像) を調べてください。